ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III - 2º Parcial
Fecha examen: 01-DIC-2014 / Fecha notas: 10-DIC-2014

	Nº Orden	Apellido y nombre	L.U.	Cant. hojas[1]
Completar:				
	Nota (Nº)	Nota (Letras)	Docente	
No completar:				

1. Sea G un grafo de n vértices y m ejes. Diseñar un algoritmo de complejidad $O(n^2)$ que encuentre un conjunto independiente de G que sea maximal (no necesariamente máximo). Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad. Justificar. El mejor algoritmo que conocemos tiene complejidad $O(m+n)$, la cual es necesaria para obtener puntaje máximo en este ejercicio. 2 p.

2. (a) Sea G un bosque de 8 o más vértices. Demostrar que el grafo complemento de G no es planar. 1.5 p.
   (b) Exhibir un bosque de 7 vértices tal que su complemento sea planar. Justificar. 0.5 p.

3. Demostrar que alguno de los siguientes problemas es NP-completo usando que el otro lo es. Indicar claramente cuál problema se intenta demostrar que es NP-completo y cuál se supone que lo es. 2 p.

   Π_1: CORTE MÁXIMO
   Entrada: un grafo $G=(V,E)$ y un entero positivo $k \leq |E|$.
   Pregunta: ¿existe $V' \subseteq V$ tal que k o más ejes tienen un extremo en V' y otro en $V-V'$?

   Π_2: SUBGRAFO BIPARTITO MÁXIMO
   Entrada: un grafo $G=(V,E)$ y un entero positivo $k \leq |E|$.
   Pregunta: ¿tiene G un subgrafo (no necesariamente inducido) bipartito de k o más ejes?

4. (a) Para cada $n \in \{2,3,4\}$ exhibir todos los grafos no isomorfos de n vértices que tienen a la vez camino euleriano y camino hamiltoniano. Justificar. 0.5 p.
   (b) Sea $f(n)$ la cantidad de grafos no isomorfos de n vértices que tienen a la vez camino euleriano y camino hamiltoniano. Decidir para cada entero $n \geq 2$ si $f(n)$ vale 0, 1, 2 o al menos 3. Justificar. 0.5 p.
   (c) Para cada $n \in \{2,3,4,5\}$ exhibir todos los grafos no isomorfos de n vértices que tienen a la vez circuito euleriano y circuito hamiltoniano. Justificar. 0.5 p.
   (d) Sea $f(n)$ la cantidad de grafos no isomorfos de n vértices que tienen a la vez circuito euleriano y circuito hamiltoniano. Decidir para cada entero $n \geq 2$ si $f(n)$ vale 0, 1, 2 o al menos 3. Justificar. 0.5 p.

   (Tener en cuenta que los caminos eulerianos son abiertos.)

5. Un grafo se dice perfecto si y sólo si para todo subgrafo inducido H del mismo se cumple $\chi(H)=\omega(H)$, donde $\omega(H)$ es la cantidad de vértices de un subgrafo completo máximo de H. Sea G un grafo.
   (a) Demostrar que si G es perfecto entonces todo subgrafo inducido de G es perfecto. 0.5 p.
   (b) Sea v un vértice de G tal que los vértices adyacentes a v forman un subgrafo completo. Demostrar que G es perfecto si y sólo si $G-v$ es perfecto. 1.5 p.

[1] Incluyendo a esta hoja. Entregar esta hoja junto al examen.