

ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III - 2º Recuperatorio

Fecha examen: 19-DIC-2016 / Fecha notas: a determinar

<u>Completar:</u>	Nº Orden	Apellido y nombre	L.U.	Cant. hojas ¹
	Nota (Nº)	Nota (Letras)	Docente	
<u>No completar:</u>				

1. Sea G un grafo, M un matching *maximal* de G , y M^* un matching *máximo* de G . 2 p.
 Demostrar que $|M| \leq |M^*| \leq 2|M|$.
 SUGERENCIA: Demostrar primero que $|V(M)| \geq |V(M^*)|/2$, donde $V(X)$ es el conjunto de vértices cubiertos por el matching X .

2. Sea G un grafo planar no necesariamente conexo de $n \geq 3$ vértices. Sea r la cantidad de regiones en cualquier representación planar de G . 2 p.
 Demostrar que $r \leq 2n - 4$.
 SUGERENCIA: Considerar primero el caso de G conexo.

3. Sea C_n el grafo que es un ciclo simple de $n \geq 3$ vértices.
 - (a) Demostrar que $\chi(C_3^c) = 1$ y $\chi(C_n^c) = \lceil n/2 \rceil$ para $n \geq 4$. 0.75 p.
 - (b) Un grafo se dice d -regular si y sólo si todos sus vértices tienen grado d . 1.25 p.
 Sea G un grafo de n vértices, d -regular y tal que $\chi(G) + \chi(G^c) = n + 1$.
 Demostrar que $G = K_n$ o $G^c = K_n$ o $G = G^c = C_5$.
 SUGERENCIA: Usar o no el primer punto.

4. Es necesario transportar p productos utilizando q camiones a través de una ruta insegura. Hay b_i bolsas del i -ésimo producto y el j -ésimo camión puede transportar c_j bolsas ($i = 1, 2, \dots, p$; $j = 1, 2, \dots, q$). A fin de aumentar las posibilidades de que alguna bolsa de cada producto llegue a destino, ningún camión debe llevar más de una bolsa de cada producto. Diseñar un algoritmo eficiente basado en grafos que decida si es posible realizar el transporte requerido. Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad. Justificar. Aplicar el algoritmo al caso particular $p = 7, q = 5, b_i = 3, c = (6, 4, 5, 4, 3)$. 2 p.

5. Demostrar mediante una reducción polinomial que $\Pi \in \text{NP-completo}$. 2 p.

II: CIRCUITO SEMIHAMILTONIANO

Entrada: grafo H .

Pregunta: ¿tiene H un circuito simple que pasa por al menos la mitad de sus vértices?

¹Incluyendo a esta hoja. Entregar esta hoja junto al examen.