ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III - 1^er Parcial
Fecha examen: 11-OCT-2014 / Fecha notas: a determinar

	Nº Orden	Apellido y nombre	L.U.	Cant. hojas[1]
Completar:				
	Nota (Nº)	Nota (Letras)	Docente	
No completar:				

1. Sea G un grafo. ¿Es cierto que G...
   (a) tiene un ciclo si y sólo si tiene un ciclo simple?
   (b) tiene un ciclo impar si y sólo si tiene un ciclo simple impar?
   (c) tiene un ciclo par si y sólo si tiene un ciclo simple par?

   En caso afirmativo demostrar; en caso negativo dar un contraejemplo y justificar. (La paridad de un ciclo es la paridad de su cantidad de ejes; dicha cantidad debe ser mayor que 0.)

2. Una subcadena de una cadena de caracteres es una porción de la cadena formada por posiciones consecutivas de la misma. Por ejemplo, "`abracadabra`" tiene como subcadenas a "`abra`", "`racad`" y "", pero no a "`arba`" ni "`aa`". Un palíndromo es una cadena de caracteres capicúa, como por ejemplo "`rallar`", "`SMS`", "`@`" y "".

   Sea s una cadena de caracteres de longitud n. Diseñar un algoritmo de complejidad $O(n^2)$ que indique la cantidad de subcadenas no nulas de s que son palíndromos. Por ejemplo, para las cadenas "`SMS`", "`abcd`" y "`wiki`", los resultados deben ser respectivamente 4, 4 y 5. Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad (temporal y espacial). Justificar. El mejor algoritmo que conocemos tiene complejidad temporal $O(m + n)$, donde m es la cantidad buscada.

3. Un punto de corte de un grafo es un vértice del mismo tal que al removerlo se obtiene un grafo con más componentes conexas.
   (a) Sea G un grafo y sea v uno de sus vértices. Demostrar que si v es extremo de un camino simple maximal entonces v no es punto de corte. ¿Vale la recíproca? En caso afirmativo demostrar; en caso negativo dar un contraejemplo y justificar.
   SUGERENCIA: No vale.
   (b) Sea G un grafo. Usar el primer punto para demostrar que G tiene al menos un vértice que no es punto de corte.
   (c) Sea G un grafo no trivial. Usar el primer punto para demostrar que G tiene al menos 2 vértices que no son puntos de corte.

4. Sea $G = (V, E)$ un grafo conexo con pesos asociados a sus ejes, los cuales son todos distintos entre sí. Sea e_v el eje de peso mínimo entre los incidentes a $v \in V$. Sea $E_{\min} = \{e_v / v \in V\}$, y sea $G_{\min} = (V, E_{\min})$. ¿Es cierto que...
   (a) para todo v, el eje e_v está en *algún* árbol generador mínimo de G?
   (b) para todo v, el eje e_v está en *todo* árbol generador mínimo de G?
   (c) $G_{\min}$ no tiene ciclos simples?
   (d) $G_{\min}$ es conexo?
   (e) $G_{\min}$ es un árbol generador de G?
   (f) $G_{\min}$ es un árbol generador mínimo de G?
   (g) $G_{\min}$ es subgrafo de *algún* árbol generador mínimo de G?
   (h) $G_{\min}$ es subgrafo de *todo* árbol generador mínimo de G?

   En caso afirmativo demostrar; en caso negativo dar un contraejemplo y justificar.

5. Sea $G = (V, E)$ un grafo o digrafo donde cada eje y cada vértice tiene asociado un peso. Dado un camino entre dos vértices del grafo, se define su costo como la suma de los pesos de los ejes del camino, más el máximo peso de los vértices del camino (incluyendo los extremos). Diseñar un algoritmo eficiente que calcule los costos mínimos de los caminos entre cada par de vértices del grafo. El algoritmo debe tener complejidad temporal y espacial $O(n^3)$, donde $n = |V|$. Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad (temporal y espacial). Justificar. El mejor algoritmo que conocemos tiene complejidad temporal y espacial coincidente con la del algoritmo de Dantzig.

   SUGERENCIA: Ordenar los vértices.

[1] Incluyendo a esta hoja. Entregar esta hoja junto al examen.