1	2	3	4	5

CALIF.

APELLIDO Y NOMBRE: MAIL:

LIBRETA: TURNO: 10 a 13 16 a 19

Algebra Lineal - 1er Cuatrimestre 2014

Segundo recuperatorio del 2do Parcial (22/07/2014)

1. (a) Hallar todos los valores de $a, b \in \mathbb{C}$ para los cuales la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1+a & 0 & 1 \\ -1-a+b & b & -1 \\ -a & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{3\times 3}$$

no es diagonalizable.

(b) Para los valores hallados en (a), determinar la forma de Jordan J de A y una matriz $P \in GL(3, \mathbb{C})$ tal que $A = P\,J\,P^{-1}$.

2. Sea $A \in K^{n\times n}$.

(a) Probar que si $D = \begin{pmatrix} \mathrm{Id}_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \in K^{n\times n}$ es una matriz diagonal con r unos y luego $n-r$ ceros en la diagonal, entonces $\mathcal{X}_{AD} = \mathcal{X}_{DA}$.

(b) Probar que si $P \in GL(n, K)$, entonces $\mathcal{X}_{AP} = \mathcal{X}_{PA}$.

(c) Probar que para todo $B \in K^{n\times n}$ se tiene que $\mathcal{X}_{AB} = \mathcal{X}_{BA}$ (sug: usar equivalencia de matrices).

3. Sea $\mathbb{C}^{n\times n}$ con el producto interno canónico $\langle A, B\rangle = \mathrm{tr}(AB^*)$, y sea $f \in \mathrm{End}_{\mathbb{C}}(\mathbb{C}^{n\times n})$ el endomorfismo definido por $f(A) = \mathrm{tr}(A)\,\mathrm{Id}_n$, $\forall\, A \in \mathbb{C}^{n\times n}$.

Probar que f es autoadjunta y hallar, si se puede, una base de $\mathbb{C}^{n\times n}$ en la cual f es diagonal.

4. Determinar y clasificar, especificando ejes de simetría y ángulos de rotación, todas las transformaciones ortogonales f en $\mathbb{R}^3$ que satisfacen $f(1,0,0) = (0,0,-1)$ y $f(-1,1,0) = (0,-1,1)$.

5. Sea $f \in \mathrm{End}_{\mathbb{C}}(\mathbb{C}^8)$ tal que $\dim(\mathrm{Nu}(f-3\mathrm{Id})^2) = 4$, $\dim(\mathrm{Nu}(f+2\mathrm{Id})^2) = 2$, $\dim(\mathrm{Nu}(f+2\mathrm{Id})^3) = 3$ y tal que 2 es autovalor de f. Determinar las posibles formas de Jordan de f.

JUSTIFICAR TODAS LAS RESPUESTAS