Recuperatorio de Computabilidad

Lógica y Computabilidad

18 de julio de 2008

Este examen se aprueba obteniendo al menos **6 puntos**. El parcial es a libro abierto y se puede suponer demostrado todo lo que se dio en clase, colocando referencias claras. En el caso de usar resultados de las guías de ejercicios, se deben incluir las demostraciones.

Ejercicio 1. Eclipe$S$e es el entorno que usan todos los programadores S. Se puede extender con plugins (o sea, funciones) escritos en S.

a. (**2 p.**) Considere un plugin p_1 que dado un predicado genere un programa que lo minimiza.

$$\Phi_{p_1(pred)}(x) = \min_t [\Phi_{pred}(x) \neq 0]$$

Mostrar que p_1 es primitivo recursivo.

b. (**2 p.**) Considere un plugin p_2 que determine si un programa cumple una postcondición.

$$p_2(prog, post) = \begin{cases} 1 & \text{si } (\forall x)[\Phi_{post}(\Phi_{prog}(x))\downarrow \implies \Phi_{post}(\Phi_{prog}(x)) \neq 0] \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Mostrar que no puede existir tal plugin (i.e. que p_2 no es computable).

Nota: p_1 y p_2 son simples funciones de $(\mathbb{N}, \mathbb{N}) \to \mathbb{N}$; pre y post son sólo nombres de variables declarativos. Consideramos a p_1 y p_2 "plugins" de un hipotético entorno de programación sólo para que se entienda mejor lo que hacen estas funciones, pero si no lo ayuda puede ignorar todo eso por completo.

Ejercicio 2. Sea $C \subseteq \mathbb{N}$ un conjunto de índices.

a. (**1 p.**) Demostrar que $\overline{C}$ es un conjunto de índices.

b. (**1 p.**) Demostrar que si C es no trivial, entonces C no es r.e. ó $\overline{C}$ no es r.e.

c. (**2 p.**) Exhibir un conjunto de índices que no sea r.e. Justificar.

Ejercicio 3. Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justificar:

1. (**1 p.**) "Sea $C \subseteq \mathbb{N}$ un conjunto infinito. Si para todo $x \in C$ vale $\neg\text{Halt}(x, x)$, entonces C no es computable."
2. (**1 p.**) "Para toda función computable y total f existe una función primitiva recursiva g tal que $f \circ g$ y $g \circ f$ son primitivas recursivas."