

1a	1b	2a	2b	2c	3a	3b	3c
10	20	10	20	10	10	0	0

Apellido AGUAYBOL ..... Nombre CECILIA ANDREA .....  
 LU 1333181 ..... Cant. de hojas entregadas 3 .....

El parcial se aprueba con 65 puntos.

20 corrigió senes

**Ejercicio 1. [30 puntos]** Dado el siguiente programa en SmallLang y su especificación:

```

proc DividirAlguno (in d:  $\mathbb{Z}$ , in i:  $\mathbb{Z}$ , inout s: seq( $\mathbb{Z}$ )) {
  Pre {s = S0 ∧ 0 ≤ i < |S0| ∧ todosPositivos(S0)}
  Post {todosPositivos(s)}
  pred todosPositivos (s: seq( $\mathbb{Z}$ )) {
    (∀j :  $\mathbb{Z}$ )(0 ≤ j < |s| →L s[j] > 0)
  }
}
    if (d != 0) then
      s[i] := s[i] / d;
    else
      skip;
    endif
  
```

- [10 puntos] Calcular la precondition más débil del programa.
- [20 puntos] ¿Es correcto el programa respecto de la especificación? Justifique.

**Ejercicio 2. [40 puntos]**

Dada la siguiente especificación de un ciclo:

- Pc:  $i = |s| \wedge res = 0$
- Qc:  $res = \sum_{j=0}^{|s|-1} s[j] * (j + 1)$
- I:  $0 \leq i \leq |s| \wedge res = \sum_{j=i}^{|s|-1} s[j] * (j + 1)$

- [10 puntos] Escribir un programa S en SmallLang que satisfaga la especificación dada y que pueda ser demostrado utilizando el invariante dado.
- [20 puntos] Demostrar que la siguiente tripla de Hoare es válida:  $\{I \wedge B\} S \{I\}$
- [10 puntos] Proponer una función variante y demostrar que el ciclo propuesto termina.

**Ejercicio 3. [30 puntos]**

Dada la siguiente especificación de un programa:

```

proc maximoProducto (in a: seq<seq<Z>>, in b: seq<seq<Z>>, out res: Z) {
  Pre {esMatriz(a) ∧ esMatriz(b) ∧L sonMultiplicables(a, b)}
  Post {(∃i : Z)(∃j : Z)((enRangoFila(i, a) ∧ enRangoColumna(j, b)) ∧L res = multiplicacionPosicion(a, b, i, j) ∧
  esMultiplicacionMaxima(res, a, b))}

  pred esMatriz(a : seq<seq<Z>>){filas(a) > 0 ∧L (columnas(a) > 0 ∧ (∀i : Z)(0 < i < filas(a) →L |a[i]| = |a[0]|))}
  pred sonMultiplicables(a : seq<seq<Z>>, b : seq<seq<Z>>){columnas(a) = filas(b)}
  pred enRangoFila(i : Z, a : seq<seq<Z>>){0 ≤ i < filas(a)}
  pred enRangoColumna(i : Z, a : seq<seq<Z>>){0 ≤ i < columnas(a)}
  pred esMultiplicacionMaxima(res : Z, a : seq<seq<Z>>, b : seq<seq<Z>>){(∀i : Z)(∀j : Z)((enRangoFila(i, a) ∧
  enRangoColumna(j, b)) →L res ≥ multiplicacionPosicion(a, b, i, j))}
  aux filas (a : seq<seq<Z>>) : Z = |a|;
  aux columnas (a : seq<seq<Z>>) : Z = |a[0]|;
  aux multiplicacionPosicion (a : seq<seq<Z>>, b : seq<seq<Z>>, i : Z, j : Z) : Z = ∑k=0columnas(a)-1 a[i][k]*b[k][j];
}

```

Ejemplo: Dadas las siguientes matrices A y B,  $maximoProducto(A, B) = 8$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

- a) [10 puntos] Escribir un programa que satisfaga la especificación dada y decir cuál es su complejidad. Justificar.
- b) [10 puntos] Puede escribirse un programa con mejor complejidad temporal si se agrega el predicado *matricesOrdenadas* a la precondition? En caso afirmativo, escribir el programa y dar su complejidad. En caso negativo, justificar por qué no es posible.

```

pred matricesOrdenadas (a: seq<seq<Z>>, b: seq<seq<Z>>) {
  filasCrecientes(a) ∧ columnasCrecientes(b)
}

pred filasCrecientes (a: seq<seq<Z>>) {
  (∀i : Z)(0 < i < filas(a) →L filaMayorQueAnterior(a, i))
}

pred filaMayorQueAnterior (a: seq<seq<Z>>, i:Z) {
  (∀j : Z)(∀k : Z)(0 ≤ j, k < columnas(a) →L a[i-1][j] < a[i][k])
}

pred columnasCrecientes (b: seq<seq<Z>>) {
  (∀i : Z)(0 < i < columnas(b) →L colMayorQueAnterior(b, i))
}

pred colMayorQueAnterior (b: seq<seq<Z>>, i:Z) {
  (∀j : Z)(∀k : Z)(0 ≤ j, k < filas(b) →L b[j][i-1] < b[k][i])
}

```

- c) [10 puntos] Puede escribirse un programa con mejor complejidad temporal que en el item b) si se agrega el predicado *todosPositivos* a la precondition del item b)? En caso afirmativo, escribir el programa y dar su complejidad. En caso negativo, justificar por qué no es posible.

```

pred todosPositivos (a: seq<seq<Z>>, b: seq<seq<Z>>) {
  matrizPositiva(a) ∧ matrizPositiva(b)
}

pred matrizPositiva (a: seq<seq<Z>>) {
  (∀i : Z)(∀j : Z)((enRangoFila(i, a) ∧ enRangoColumna(j, a)) →L a[i][j] > 0)
}

```