

Final de Álgebra I
7/08/2018

1

Sea $f = x^7 - 7x^6 + 21x^5 - 35x^4 + 23x^3 + 15x^2 - 13x - 5$, posee una raíz que también es raíz de $g = x^3 - x^2 - 3x - 1$. Encuentre la factorización de f como producto de polinomios irreducibles en $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$ y $\mathbb{C}[x]$.

2

Determinar para qué números $n \in \mathbb{N}$, se tiene que

$$(2^{n+1} + 3^n : 3^{n+1} - 2^n) \neq 1$$

3

3.1

Para cada entero positivo, calcular la suma de los cubos de las raíces n -ésimas de la unidad.

3.2

Calcular la suma de los cubos de las raíces 85-avas primitivas de la unidad.

4

Calcular la cantidad de formas que hay de ordenar las letras de la palabra PERMUTACIONES de modo tal que las vocales aparezcan en orden alfabético.

5

Sea $X = \{0, 1, 2, \dots, 20\}$, $Y = X \times X$ y sea R la relación en Y tal que cada vez que (a, b) y (c, d) son elementos de Y se tiene que

$$(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow ad = bc$$

Muestre que R es una relación de equivalencia y determine la clase de equivalencia del elemento $(3, 2)$ de Y .