ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III - $1^{\underline{\text{er}}}$ Recuperatorio
Fecha examen: 13-JUL-2015 / Fecha notas: a determinar

	Nº Orden	Apellido y nombre	L.U.	Cant. hojas[1]
Completar:				
	Nota (Nº)	Nota (Letras)	Docente	
No completar:				

1. (a) Se puede demostrar que la función $f(G) = G^c$ es biyectiva, de lo cual se deduce que tiene inversa biyectiva. ¿Cuál es tal inversa? Justificar. 1 p.
   (b) Decimos que un grafo G es anti-isomorfo a un grafo H si y sólo si G es isomorfo a H^c. Demostrar que si G es anti-isomorfo a G, entonces G no tiene 271 ni 314 vértices. 1 p.

2. Un punto de corte de un grafo es un vértice del mismo tal que al removerlo se obtiene un grafo con más componentes conexas.

   Sea G un grafo y sea v uno de sus vértices. ¿Es cierto que…

   (a) si v está en un ciclo simple entonces no es punto de corte? 0.5 p.
   (b) vale la recíproca del punto anterior? 0.5 p.
   (c) si $d(v) \leq 1$ entonces v no es punto de corte? 0.5 p.
   (d) vale la recíproca del punto anterior? 0.5 p.

   En caso afirmativo demostrar; en caso negativo dar un contraejemplo y justificar.

3. Sea G un grafo o digrafo de n vértices con longitudes no negativas asociadas a sus ejes. Cada combinación que surge de tomar una de las 2 alternativas en cada uno de los 3 ítems que aparecen abajo, define un problema particular de camino mínimo. Indicar el mejor procedimiento posible para resolver cada uno de esos $2^3 = 8$ problemas. Cada procedimiento debe consistir de un preprocesamiento opcional de G, seguido de una o más aplicaciones de algún algoritmo visto en la materia. Para cada procedimiento propuesto indicar la complejidad de cada parte del mismo y la complejidad total del procedimiento. 2 p.

   (a) Desde un único vértice hacia todos, o entre todo par de vértices.
   (b) Para $\delta(G) \geq n - 4$, o para $\Delta(G) \leq 4$, donde $\delta(G)$ y $\Delta(G)$ son los grados mínimo y máximo de los vértices de G, respectivamente.
   (c) Con G representado mediante matriz de adyacencia, o con G representado mediante listas de adyacentes.

4. Sea G un grafo conexo con pesos asociados a sus ejes. Sea $T_{\min}$ un árbol generador mínimo de G. Sea T un árbol generador de G. Demostrar que el peso máximo de los ejes de $T_{\min}$, es menor o igual que el peso máximo de los ejes de T. 2 p.

5. Fátima ha descubierto que el precio de las acciones de Alcauciles Amalgamados en el k-ésimo día de una secuencia de n días es $p(k) = f(k)$, para $k = 1, 2, \ldots n$ y cierta función conocida $f(k) \in O(1)$. Fátima quiere saber la máxima disminución en el precio de las acciones dentro del período, es decir, $\max_{1 \leq i \leq j \leq n} p(i) - p(j)$. Diseñar un algoritmo que determine ese valor. El algoritmo debe tener complejidad temporal estrictamente mejor que $\Theta(n^2)$ y estar basado en programación dinámica. Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad (temporal y espacial). Justificar. El mejor algoritmo que conocemos tiene complejidad temporal $O(n)$ y espacial $O(1)$, las cuales son necesarias para obtener puntaje máximo en este ejercicio. 2 p.

   NOTA: Basado fuertemente en el ACM-ICPC World Finals 2015 Problem A.

[1] Incluyendo a esta hoja. Entregar esta hoja junto al examen.