

**ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III**  
**Recuperatorio tercer parcialito / 29-JUL-2020**

1. Un digrafo  $G$  se dice completamente conexo si cada par de vértices está conectado con exactamente un eje orientado en una de las dos posibles direcciones. Probar que si un digrafo  $G$  es completamente conexo entonces tiene un camino hamiltoniano orientado.
2. Demostrar que si  $G$  es un grafo con  $n \geq 2k$  y  $d(\text{grado mínimo}) \geq n - k$  para  $k \geq 2$  entonces  $G$  tiene un circuito hamiltoniano.
3. Decidir si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas. Justificar:
  - a) Si un grafo  $G$  contiene al grafo completo  $K_s$  como subgrafo inducido entonces  $\chi(G) \geq s$ .
  - b) Si todos los subgrafos completos de  $G$  tienen tamaño menor o igual que  $s$ , entonces  $\chi(G) \leq s$ .
  - c) El problema de encontrar el número cromático de un grafo  $G$  es equivalente al problema de encontrar el subgrafo completo máximo de  $G$ .
  - d) Si  $\chi(G) \leq s$  entonces el grado de todo vértice de  $G$  es menor o igual que  $s - 1$ .
4. Analizar el siguiente algoritmo secuencial para colorear un grafo:
  1. Dado un grafo  $G = (V, X)$  con  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ , poner  $f(v_1) = 1$ .
  2. Para  $i = 2, n$  poner  $f(v_i) = \text{mín}\{k/k \geq 1 \text{ y } f(v_j) \neq k \text{ para } (1 \leq j < i) \text{ y } v_j \text{ adyacente a } v_i\}$
  3. Parar.
    - a) Dar un ejemplo donde el algoritmo no encuentre número cromático, si existe.
    - b) Demostrar que para todo grafo  $G$  existe un orden de rotulado de los vértices para el cuál el algoritmo determina el número cromático de  $G$ .
    - c) ¿Es verdad que si un orden de rotulado hace que  $f(v_i) \leq f(v_j)$  para  $i \leq j$  entonces el algoritmo encuentra el número cromático? Si la respuesta es negativo, mostrar un contraejemplo.