

1	2	3	4
B/B-	B	B/B-	B

CALIF.
10

APELLIDO Y NOMBRE:

LIBRETA:

CARRERA:

CUATR. APROBACIÓN TPs:

CUATR. APROBACIÓN TALLER:

¿LLENÓ LA ENCUESTA?

Algebra I
Examen Final (21/12/2022)

1. Sea \mathcal{R} la relación en $\mathcal{P}(\{1, 2, 3, \dots, 10\})$ definida como:

$$A\mathcal{R}B \text{ si y solo si } A \Delta B \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}.$$

(a) Probar que \mathcal{R} es una relación de equivalencia.

(b) ¿Cuántos conjuntos B hay en la clase de equivalencia de $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$?

2. Sea $k \in \mathbb{Z}$ tal que $(k^7 + 3 : 28) = 14$ y $11 \mid k^{401} + 4k + 1$. Calcular los posibles restos de dividir k por 308.

3. Sea $f = X^{12} - 3X^4 + a \in \mathbb{C}[X]$.

(a) Determinar todos los valores de $a \in \mathbb{C}$ para los cuales f tiene raíces múltiples.

(b) Para cada valor de a hallado, calcular todas las raíces múltiples de f con sus respectivas multiplicidades.

4. Se define la sucesión $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de polinomios en $\mathbb{R}[X]$ del siguiente modo:

$$f_1 = X^3 + 2X^2 + X,$$

$$f_2 = X^4 - 6X^2 - 8X - 3,$$

$$f_{n+2} = (X^3 - 3X - 2)f_{n+1} + (X^3 + X^2 - X - 1)f_n, \quad \forall n \geq 1.$$

Calcular la multiplicidad de -1 como raíz de f_n para todo $n \in \mathbb{N}$.

JUSTIFICAR TODAS LAS RESPUESTAS