

1	2	3	4	5

APELLIDO Y NOMBRE:
LIBRETA:

TURNO:

10 a 12:45

16:15 a 19

Algebra Lineal - 2do Cuatrimestre 2012
Recuperatorio 1 - 2do Parcial (11/12/2012)

1. Sean c_n un vector columna y r_n un vector fila en K^n , Probar que $\det(\text{Id}_n + c_n r_n) = 1 + r_n c_n$.
Sugerencia: Probar que

$$\begin{pmatrix} \text{Id}_n + c_n r_n & -c_n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Id}_n & 0 \\ r_n & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Id}_n & 0 \\ r_n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Id}_n & -c_n \\ 0 & 1 + r_n c_n \end{pmatrix} \in K^{(n+1) \times (n+1)}$$

2. Sea V un K -espacio vectorial de dimensión finita y sean $f, g \in \text{End}_K(V)$, con f diagonalizable. Dado $\lambda \in K$, notemos $S_\lambda = \{v \in V : f(v) = \lambda v\}$.

- (a) Probar que: $f \circ g = g \circ f \Leftrightarrow g(S_\lambda) \subseteq S_\lambda, \forall \lambda \in K$.
(b) Sea

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Determinar la dimensión del espacio $C(A) = \{B \in \mathbb{R}^{4 \times 4} : AB = BA\}$.

3. *SVD compacta*

- (a) Sea $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ de rango r , y sea $A = U \Sigma V^t$ su descomposición en valores singulares. Sea $\Sigma_r \in \mathbb{R}^{r \times r}$ la submatriz de Σ formada por las r primeras filas y columnas de Σ , $U_r \in \mathbb{R}^{m \times r}$ y $V_r \in \mathbb{R}^{n \times r}$ la submatrices de U y V respectivamente formadas por sus r primeras columnas. Probar que $A = U_r \Sigma_r V_r^t$.
(b) Aplicar para

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

4. Determinar todas las transformaciones ortogonales f en \mathbb{R}^3 tal que $f(1, -1, 0) = (1, -1, 0)$ y $f(3, 1, 1) = (-1, -3, -1)$. Clasificar.

5. Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- (a) Hallar la forma de Jordan y una base de Jordan para A .
(b) Hallar subespacios S_1, S_2, \dots, S_6 A -invariantes de \mathbb{R}^7 tales que $\dim(S_i) = i$ y $S_i \oplus S_{7-i} = \mathbb{R}^7$.