

## Álgebra I

### Recuperatorio del primer parcial - 21 de agosto de 2020

---

**Nota importante:** justifique todas sus respuestas. Por favor, escriba utilizando tinta con letra clara y legible. No deben tener los apuntes teóricos ni las prácticas al momento del examen (tampoco ningún otro material). El parcial es individual.

Se responderán consultas únicamente de enunciado dirigidas a la cuenta algebra1online2020@gmail.com con el asunto CONSULTAS.

---

1. En  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  se define la relación  $\sim$  del siguiente modo:

$$(n, m) \sim (n', m') \iff n + m' = n' + m$$

- a) Probar que  $\sim$  es de equivalencia.  
b) Probar que dados dos pares  $(n, m)$  y  $(n', m')$  siempre existe un tercer par  $(x, y)$  tal que

$$(n + x, m + y) \sim (n', m').$$

2. Probar que

$$\sum_{k=1}^{2^n} \frac{1}{k} \geq \frac{n}{2}$$

3. Calcular la cantidad de anagramas que pueden armarse con las letras de la palabra UNIVERSIDADES tales que haya exactamente dos letras entre las dos eses.
4. Calcular cuántas funciones  $f : \{1, 2, 3, \dots, 80\} \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, 100\}$  **inyectivas** pueden definirse que verifiquen
- $f(80) \in \{1, 50, 75\}$ ,
  - $n \equiv 0 \pmod{7} \implies f(n) \equiv 0 \pmod{7}$ .
5. Calcular los valores posibles de  $(17^n + 3^n : 17^{n+1} + 3^{n+1})$  para cada  $n \in \mathbb{N}$ . Dar un valor de  $n$  en cada caso realizable.
- 

La resolución deberá ser enviada por correo a la cuenta algebra1online2020@gmail.com con el asunto:

Recuperatorio 1er parcial - NOMBRE APELLIDO - NÚMERO DE LIBRETA UNIVERSITARIA  
(ejemplo: Recuperatorio 1er parcial - JUAN PEREZ - 443/19)

Deberán enviar en un único archivo en formato PDF con el siguiente nombre  
APELLIDORECU1ERP.pdf (ejemplo: PEREZRECU1ERP.pdf)

Recibiremos resoluciones hasta las 18.30 hs. Por favor evitar múltiples correos.

Se sugiere finalizar el parcial a las 18 hs. y tomarse el tiempo restante para ocuparse de armar el PDF.