ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III - 2º Recuperatorio
Fecha examen: 21-DIC-2013 / Fecha notas: a determinar

	Nº Orden	Apellido y nombre	L.U.	Cant. hojas[1]
Completar:				
	Nota (Nº)	Nota (Letras)	Docente	
No completar:				

1. Un grafo se dice planar maximal si y sólo si es simple y planar pero deja de serlo si se le agrega cualquier eje entre vértices existentes.

   (a) Demostrar que si G es planar maximal entonces es conexo.

   (b) Exhibir todos los grafos planares maximales no isomorfos de $n \leq 5$ vértices. Justificar.

2. Sea G un grafo que tiene dos vértices $u \neq v$ tales que todo vértice adyacente a u es también adyacente a v. Demostrar que $\chi(G) = \chi(G - u)$. (Notar que u y v no son adyacentes porque si lo fueran v sería adyacente a sí mismo.)

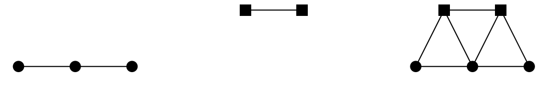
3. Demostrar que el siguiente problema es NP-completo.
   CLIQUE MÁS PESADA
   Entrada: un grafo G en el cual cada vértice tiene asociado un peso entero positivo, y un entero positivo k.
   Pregunta: ¿tiene G un subgrafo completo de peso total k o mayor?

4. Según surge indubitablemente de un reciente mail anónimo, los alumnos que no aprueben este examen piensan sabotear el acceso a Internet del Departamento de Computación (DC). El objetivo de este ejercicio es favorecer la aprobación de los alumnos que tienen el conocimiento suficiente como para llevar a cabo ese plan, y de esa manera evitar que se realice.

   La red del DC está formada por s computadoras y está contenida en una red más grande formada por n computadoras ($0 < s < n$). Cada computadora se identifica por un entero distinto entre 1 y n, siendo $1, 2, \ldots s$ las computadoras del DC y n el servidor que permite el acceso a Internet de la red general. Esta red contiene también m cables que transmiten información. Cada cable conecta en forma directa determinado par de computadoras. Una computadora dada p tiene acceso a Internet si y sólo si existe una sucesión de computadoras $p_1, p_2, \ldots p_k$ tal que $p_1 = p$, $p_k = n$ y hay un cable entre p_i y p_{i+1} para $1, 2, \ldots k-1$. Los saboteadores planean cortar cables, no necesariemente dentro de la red del DC, de manera tal que ninguna computadora del DC tenga acceso a Internet. Como localizar cada cable es dificultoso, quieren cortar la mínima cantidad posible.

   Diseñar un algoritmo eficiente basado en grafos que determine la mínima cantidad de cables tal que al ser cortados producen que ninguna computadora del DC tenga acceso a Internet. La entrada del algoritmo es la cantidad s de computadoras en la red del DC, la cantidad n de computadoras en la red general, la cantidad m de cables en la red general, y para cada cable las computadoras que conecta. Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad. Justificar.

5. Dado un grafo G, se define su grafo total $T(G)$ como el grafo que tiene un vértice por cada vértice y cada eje de G, y tal que dos vértices de $T(G)$ son adyacentes si y sólo si los elementos correspondientes de G son adyacentes o incidentes. Dado un grafo con ejes G, se define su grafo de líneas $L(G)$ como el grafo que tiene un vértice por cada eje de G, y tal que dos vértices de $L(G)$ son adyacentes si y sólo si los ejes correspondientes de G tienen un extremo en común. En la siguiente figura aparecen, de izquierda a derecha, un grafo G, $L(G)$ y $T(G)$.



   Se puede demostrar que si G tiene un subgrafo generador conexo euleriano entonces $T(G)$ es hamiltoniano.

   Sea G un grafo conexo con ejes.

   (a) Demostrar que G y $L(G)$ son subgrafos de $T(G)$.

   (b) Demostrar que $T(G)$ tiene un subgrafo generador conexo euleriano.
   SUGERENCIA: El subgrafo es $T(G) - E(L(G))$.

   (c) Demostrar que si G es euleriano entonces $T(G)$ es hamiltoniano.

   (d) Demostrar que $T(T(G))$ es hamiltoniano.

[1] Incluyendo a esta hoja. Entregar esta hoja junto al examen.