

Recuperatorio de Computabilidad

Lógica y Computabilidad

2do cuatrimestre de 2010

Este examen se aprueba obteniendo al menos **50 puntos**. El parcial es a libro abierto y se puede suponer demostrado todo lo que se dio en clase, colocando referencias claras. En el caso de usar resultados de las guías de ejercicios, deben incluirse las demostraciones.

Ejercicio 1. (20 p.) Es decir, dada \mathcal{C} , una clase PRC , y dada una función $f : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ en \mathcal{C} , mostrar que la función

$$\begin{aligned}h(x, 0) &= f([], x) \\h(x, t + 1) &= f([h(x, 0), \dots, h(x, t)], x)\end{aligned}$$

también está en \mathcal{C} .

Ejercicio 2. Sea $C = \{\langle \#p, \#q \rangle : \Psi_p(\#p) = \Psi_q(\#q)\}$.

- (20 p.) Demostrar que C es no computable.
- (10 p.) Decidir si C es c.e., co-c.e. o ninguno. Justificar.

Ejercicio 3. Sea $TOT = \{\#p : \Psi_p^{(1)} \text{ es total}\}$ y $S = \{\#p : \text{Im}\Psi_p^{(1)} = \mathbb{N}\}$.

- (20 p.) Demostrar que es posible calcular TOT usando S (i.e. reducir TOT a S).
- (10 p.) Dado que TOT no es c.e. ni co-c.e. ¿es S computable? ¿es S c.e.? Demostrar.

Ejercicio 4. Decidir si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera ó falsa. Demostrar *detalladamente* o dar un contraejemplo según corresponda.

- (5 p.) Sean $A, B \subseteq \mathbb{N}$. Si B es computable y $A \subseteq B$ entonces A es computable.
- (5 p.) Sea $A \subseteq \mathbb{N}$. A es p.r. si y sólo si A es el rango de una función p.r.
- (10 p.) Sean $A, B \subseteq \mathbb{N}$ y $f : A \rightarrow B$ una función biyectiva computable: A es c.e. sii B es c.e.