ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III - 2º Recuperatorio
Fecha examen: 18-DIC-2017 / Fecha notas: a determinar

	Nº Orden	Apellido y nombre	L.U.	Cant. hojas[1]
Completar:				
	Nota (Nº)	Nota (Letras)	Docente	
No completar:				

1. Se puede demostrar que si dos grafos son isomorfos entonces tienen el mismo polinomio cromático. ¿Vale la recíproca? En caso afirmativo demostrar; en caso negativo dar un contraejemplo y justificar. 2 p.

2. Dado un grafo G definimos G^3 como el grafo que se obtiene al tomar tres copias de G y agregar los tres ejes posibles entre las tres copias de cada vértice de G. Por ejemplo, $K_1^3 = K_3$ y K_2^3 es un prisma de base triangular.

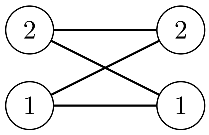
   Sea G un grafo de n vértices y m ejes.

   (a) Demostrar sin usar otros puntos de este ejercicio que si G^3 es planar entonces $m \leq 2n - 2$. 0.75 p.

   (b) Demostrar que si G tiene ciclos simples entonces G^3 no es planar. 0.75 p.

   (c) Demostrar que si G^3 es planar entonces $m \leq n - 1$. 0.5 p.

3. Un grafo es d-numerable ($d \in \mathbb{Z}_{>0}$) si y sólo si todos sus vértices tienen grado d y es posible asignar un número entero entre 1 y d a cada vértice de manera tal que para todo vértice sus vecinos tengan números diferentes entre sí. Una d-numeración es la mencionada asignación. Un grafo es d-numerado si y sólo si tiene asociada una d-numeración. Por ejemplo, $K_{2,2}$ es 2-numerable y una posible 2-numeración se muestra en el siguiente grafo 2-numerado.



   Sea G un grafo de n vértices d-numerable.

   (a) Demostrar que si G es d-numerado entonces para cada entero entre 1 y d existen al menos dos vértices adyacentes que tienen asignado ese entero, y hay exactamente n/d vértices que tienen asignado ese entero. 0.75 p.

   (b) Una correspondencia de un grafo se dice perfecta si y sólo si todo vértice del grafo es extremo de algún eje de la correspondencia.
   Demostrar que G tiene una correspondencia perfecta. 0.75 p.
   SUGERENCIA: Considerar una d-numeración de G y elegir las aristas tales que sus dos extremos tengan asignado el mismo entero.

   (c) Demostrar que n es múltiplo de $2d$. 0.5 p.

4. Demostrar que algún problema visto en la materia es NP-completo mediante una reducción polinomial y usando que Π lo es. Indicar claramente qué problema se intenta demostrar que es NP-completo. 2 p.

   Π: SUBGRAFO INDUCIDO HAMILTONIANO
   Entrada: grafo $G = (V, E)$; conjunto W tal que $\emptyset \neq W \subseteq V$.
   Pregunta: ¿tiene G un circuito simple que pasa por todos los vértices de W pero no por otros vértices?

5. El Magnate de la Bondiola pudo instalar p puestos en la franja de la Costanera que está al sur de Ciudad Universitaria. En el i-ésimo puesto están trabajando a_i empleados ($i = 1, 2, \ldots p$). Pero los beneficios no son los esperados, y el empresario lo atribuye a que los empleados no saben preparar la bondiola como se debe. Para solucionar esto, El Magnate (de la Bondiola) ha decidido que los empleados asistan a q cursos de especialización en distintos países europeos. El j-ésimo curso tiene cupo para b_j nuevos asistentes ($j = 1, 2, \ldots q$). Todos los cursos ocurren simultáneamente, de modo que no es posible que un mismo empleado asista a más de un curso. Cuando terminen los cursos, cada empleado que haya asistido transmitirá sus nuevos conocimientos a sus compañeros de puesto, de modo que no puede haber dos empleados del mismo puesto que asistan al mismo curso. Diseñar un algoritmo eficiente basado en grafos que determine el mayor número de empleados que pueden asistir a los cursos. Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad. Justificar. Aplicar el algoritmo al caso particular $p = 7$, $q = 5$, $a_i = 3$, $b = (6, 4, 5, 4, 3)$. 2 p.

[1] Incluyendo a esta hoja. Entregar esta hoja junto al examen.