

1	2	3	4	Nota

Use hojas distintas para ejercicios distintos. Exhiba todos sus cálculos. Justifique todas sus respuestas. Escriba con tinta y con letra clara y legible.

No se aceptan preguntas: la interpretación de los enunciados es parte del examen.

Ejercicio 1. Sea $X = \{n \in \mathbb{N} : 1 \leq n \leq 600\}$. Se define en $\mathcal{P}(X)$ la relación dada por

$$A \mathcal{R} B \iff \#(A \Delta B) \leq 2$$

- (a) Determinar si \mathcal{R} es reflexiva, simétrica, antisimétrica o transitiva.
 (b) Si $B = \{n \in X : n \equiv 2023 \pmod{14}\}$, calcular el cardinal del conjunto

$$\{A \in \mathcal{P}(X) : A \mathcal{R} B\}.$$

Ejercicio 2. Calcular el máximo común divisor para cada $n \in \mathbb{Z}$:

$$(n^4 + 3n^3 - 7n^2 - 27n - 1 : n^2 - n - 6)$$

Ejercicio 3. Hallar todos los pares a, b coprimos, $a, b \in \mathbb{Z}$, tales que

$$\frac{4a}{b} - \frac{83a^2}{b^2} \in \mathbb{Z}.$$

Ejercicio 4. Sea $(a_n)_{n \geq 0}$ la sucesión definida por recurrencia:

$$a_0 = 1, \quad a_{n+1} = 4 \left(\sum_{k=0}^n a_k \right) - 6n^2 + 13n + 16, \quad \forall n \geq 0.$$

Probar que

$$a_n > 5^n + 3n - 4 \quad \forall n \in \mathbb{N} \cup \{0\}.$$