

1	2	3	4	5
B	B	X	BMR	R

Aprobado

APELLIDO Y NOMBRE: Lozano Sofia
LIBRETA: 232/11

TURNO: 10 a 12:45

~~16:15 a 19~~

Algebra Lineal - 2do Cuatrimestre 2012
Recuperatorio 1 - 1er Parcial (11/12/2012)

1. Sean $n \in \mathbb{N}$, $\lambda \in \mathbb{R}$, y sea $f_\lambda : \mathbb{R}_n[X] \rightarrow \mathbb{R}_n[X]$ la función definida por

$$f_\lambda(h) := \lambda h - Xh'$$

- (a) Probar que f_λ es una transformación lineal y determinar para qué valores del parámetro λ se tiene que f_λ es un isomorfismo.
(b) Para cada valor λ tal que f_λ no es un isomorfismo, determinar dimensión y base de $\text{Nu}(f)$ e $\text{Im}(f)$.

2. Sea $f \in \text{End}_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}^{2 \times 2})$ definido por $f(A) = (A + A^t)/2$, $\forall A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$. Demostrar que f es un proyectore, determinar el núcleo y la imagen de f , y una base \mathcal{B} de $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ tal que

$$[f]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} \text{Id}_r & 0_{r,s} \\ 0_{s,r} & 0_s \end{pmatrix},$$

para $r, s \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ adecuados (aquí $0_{r,s}$ denota la matriz nula en $\mathbb{R}^{r \times s}$, y análogamente para los otros casos).

3. Para $x_0 \in \mathbb{R}$ se define $D_{x_0} \in (\mathbb{R}_3[X])^*$ por $D_{x_0}(h) = h'(x_0)$, $\forall h \in \mathbb{R}_3[X]$. Se considera el subespacio $T \subset (\mathbb{R}_3[X])^*$, $T := \langle D_{x_0} : x_0 \in \mathbb{R} \rangle$.

- (a) Determinar un subespacio $S \subset \mathbb{R}_3[X]$ tal que $S^\circ = T$
(b) Determinar la dimensión y una base de T .

4. Se considera $\mathbb{R}^{n \times n}$ con el producto interno canónico $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$, $\forall A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

- (a) Sea $S = \langle \text{Id}_n \rangle \subset \mathbb{R}^{n \times n}$. Determinar $p_S(A)$, la proyección ortogonal de A sobre S , $\forall A \in \mathbb{R}^{n \times n}$.
(b) Sea V un \mathbb{R} -espacio vectorial de dimensión n , $f \in \text{End}_{\mathbb{R}}(V)$, y sean $\mathcal{B}, \mathcal{B}'$ dos bases de V . Sea $T := \{A \in \mathbb{R}^{n \times n} : \text{tr}(A) = 0\}$. Probar que

$$\text{dist}([f]_{\mathcal{B}}, T) = \text{dist}([f]_{\mathcal{B}'}, T).$$

(Sug: Observar que $T = S^\perp \subset \mathbb{R}^{n \times n}$.)

5. Hallar la distancia entre la recta $L := \langle (1, 2, 3) \rangle + \langle (0, 2, 1) \rangle$ y el plano Π paralelo a L que contiene a los puntos $P = (2, 0, 1)$ y $Q = (1, 0, 2)$.

JUSTIFICAR TODAS LAS RESPUESTAS