

**Segundo Parcial 02/07/2022**  
**Primer Cuatrimestre - Tema 1**

---

1. (3 puntos) Sea  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una función de clase  $C^2$  tal que su polinomio de Taylor de orden 2 centrado en  $(1, -1)$  está dado por

$$T_2(x, y) = 17 - 3x + 7y + x^2 + 3y^2 - xy.$$

- (a) Decidir si  $P = (1, -1)$  es punto crítico de  $f$  y, en tal caso, decidir si es máximo local, mínimo local o punto silla.  
(b) Calcular, si existe

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,-1)} \frac{f(x, y) - 12}{\|(x - 1, y + 1)\|}$$

2. (2 puntos) Hallar los máximos y los mínimos absolutos de la función

$$f(x, y) = (x - 1)(x - y)$$

en la región

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq \sqrt{5} \text{ y } 0 \leq y \leq 5 - x^2 \right\}.$$

3. (3 puntos)

- (a) Calcular

$$\int_0^{\frac{\sqrt{\pi}}{3}} \int_{3x}^{\sqrt{\pi}} \operatorname{sen}(y^2) dy dx.$$

- (b) Calcular el volumen en el primer octante del sólido acotado por  $z = 1 - y$ ,  $y = \sqrt{x}$ ,  $x = 1$ .

4. (2 puntos) Sea  $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq \sqrt{2}\}$ . Calcular la integral triple:

$$\iiint_W \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^2} dV.$$