

# Parcial de Computabilidad

## Lógica y Computabilidad

16 de mayo de 2008

Este examen se aprueba obteniendo al menos **6 puntos**. El parcial es a libro abierto y se puede suponer demostrado todo lo que se dio en clase, colocando referencias claras. En el caso de usar resultados de las guías de ejercicios, se deben incluir las demostraciones.

**Ejercicio 1.** EclipseSe es el entorno que usan todos los programadores  $S$ . Se puede extender con plugins (o sea, funciones) escritos en  $S$ .

a. (**2 p.**) Considere un posible plugin  $p_1$  que agregue un chequeo de precondition a un programa.

$$\Phi_{p_1(pre, prog)}(x) = \begin{cases} \uparrow & \text{si } \Phi_{pre}(x) \uparrow \\ 0 & \text{si } \Phi_{pre}(x) = 0 \\ \Phi_{prog}(x) & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

Mostrar que  $p_1$  es primitivo recursivo.

b. (**2 p.**) Considere un posible plugin  $p_2$  que determine si un predicado es una buena precondition.

$$p_2(pre, prog) = \begin{cases} 1 & \text{si } (\forall x)[(\Phi_{pre}(x) \downarrow \wedge \Phi_{pre}(x) \neq 0) \implies \Phi_{prog}(x) \downarrow] \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Mostrar que  $p_2$  no es computable.

*Nota:*  $p_1$  y  $p_2$  son simples funciones de  $(\mathbb{N}, \mathbb{N}) \rightarrow \mathbb{N}$ ; pre y post son sólo nombres de variables declarativos. Consideramos a  $p_1$  y  $p_2$  “plugins” de un hipotético entorno de programación sólo para que se entienda mejor lo que hacen estas funciones, pero si no los ayuda pueden saltarse todo eso por completo.

**Ejercicio 2.** Sea  $B = \{x \mid x + 1 \in \text{Im } \Phi_x^{(1)}\}$ .

a. (**2 p.**) Decidir si  $B$  es r.e. y demostrarlo.

b. (**2 p.**) Decidir si  $\bar{B}$  es r.e. y demostrarlo.

**Ejercicio 3.** Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justificar:

- (**1 p.**) “El operador de cuantificación existencial *no acotada* es primitivo recursivo.”
- (**1 p.**) “La siguiente función es primitiva recursiva.”

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } \text{Im } \Phi_x^{(1)} \text{ es r.e.} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$