

Listop 3

PSROISTA @ DTA-UBA-AR

0,95

PROBABILIDADES Y ESTADÍSTICA (C)
EXAMEN FINAL
(24/02/06)

NOMBRE Y APELLIDO:
N° DE LIBRETA:
e-mail:

N° DE HOJAS ENTREGADAS:

EL EXAMEN FINAL SE APRUEBA CON 50 PUNTOS

ENUNCIE LAS PROPIEDADES QUE UTILIZA

1. (25 puntos) Sea X una variable aleatoria con distribución $\Gamma(\alpha, \lambda)$.
- ✓ (a) Deducir la distribución de aX cuando a es una constante real positiva.
 - ✓ (b) Calcular la $E(X^r)$ para $r > 0$.
 - ↔ (c) Deducir la esperanza y la varianza de X
 - (d) Demostrar que si $Z \sim N(0, 1)$, entonces Z^2 tiene distribución Gamma, ¿de qué parámetros?

ver prop

2. (25 puntos) Sea (X, Y) un vector aleatorio continuo con densidad

operto ↗

$$f_{XY} = \begin{cases} \frac{1}{2\pi\sqrt{x^2+y^2}} & \text{si } 0 < x^2 + y^2 \leq 1 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

- ✓ (a) Hallar $E(\sqrt{X^2 + Y^2})$.
 - (b) Hallar la región donde la función $f_X(x)f_Y(y)$ es no nula.
 - (c) Decidir si X e Y son independientes.
3. (25 puntos) Sea X_1, \dots, X_n una m.a. de variables con distribución $U(-\theta, \theta)$.
- ✓ (a) Calcular el primer y segundo momento poblacional de la distribución $U(-\theta, \theta)$.
 - ✓ (b) Hallar el estimador de momentos de θ basado en la muestra dada.
 - ✓ (c) Definir la propiedad de consistencia de un estimador genérico T del parámetro θ .
 - ✓ (d) Verificar si el estimador hallado en b) es consistente. Enuncie las propiedades que utiliza.
4. (25 puntos) Sean X_1, \dots, X_n son v.a. independientes con distribución $P(\lambda)$, cada una de las cuales mide el número de señales que emite una fuente en un período de un minuto. Asimismo, asumamos que el tamaño muestral, n , es tan grande como se desee.

- (a) Deducir un intervalo de confianza de nivel aproximado $1 - \alpha$ para λ basándose en la muestra dada.
- (b) Si para una muestra de 50 períodos de un minuto de duración se observó en total 48 señales emitidas, calcular un intervalo de confianza de nivel aproximado 0.90 para λ .

