

Recuperatorio Segundo Parcial

19/12/2008

Sólo se pueden utilizar las macros y funciones primitivas recursivas definidas en el libro. En caso de duda, consulte.

1. Sea $f(x)$ la función definida por:

$$\begin{aligned} f(0) &= 3 \\ f(1) &= 4 \\ f(n+2) &= \lfloor (7n + 3f(n))/2 \rfloor \end{aligned}$$

- a) Decidir si la función f es computable y demostrarlo.
 b) Decidir si la función f es primitiva recursiva y demostrarlo.
2. Decimos que una función (parcial) f es *inyectiva* si para todo par de números distintos x, z que están en el dominio de f se tiene que $f(x) \neq f(z)$. Definimos el conjunto

$$A = \{y / \Phi_y \text{ es inyectiva}\}.$$

Analizar si A es recursivamente enumerable y si \bar{A} es recursivamente enumerable. Justificar.

3. Decidir si la función $f(x,y) = \text{Halt}(x + 10^6, x \overset{\cdot}{\square} 10^6)$ es (totalmente) computable y demostrarlo.

Nota: En $\text{Halt}(x, y)$ el parámetro y indica el número de programa y x indica el valor de la entrada.

4. Dado el conjunto

$$B = \{y / \text{en el programa de número } y \text{ no aparece ninguna de las variables } x_1, x_2, x_3, \dots\}.$$

Analizar si B es recursivamente enumerable y si \bar{B} es recursivamente enumerable. Justificar.

Notas: La codificación de cada instrucción es:

$$\langle \#label, \langle \#acción, \#variable - 1 \rangle \rangle.$$

El orden de las variables es: $y x_1 z_1 x_2 z_2 \dots$, en donde y es la variable número 1, x_1 es la variable número 2 y así sucesivamente.

5. Sea $C \subset \mathbf{N}$ un conjunto y definimos:

$$D = \{\lfloor x/100 \rfloor / x \in C\}.$$

- a) Probar que si C es recursivamente enumerable, entonces D es recursivamente enumerable.
 b) Probar que si C es recursivo, entonces D es recursivo.

Nota: Por ejemplo, si $C = \{0, 1, 5, 110, 300, 309\}$ entonces $D = \{0, 1, 3\}$.

JUSTIFICAR TODAS LAS RESPUESTAS.