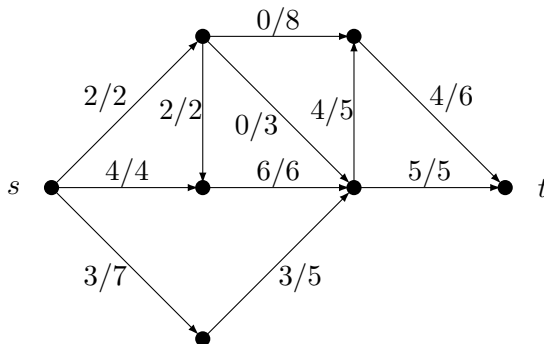


ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III - 2º Recuperatorio

Fecha examen: 23-JUL-2014 / Fecha notas: a determinar

	Nº Orden	Apellido y nombre	L.U.	Cant. hojas ¹
Completar:				
	Nota (Nº)	Nota (Letras)	Docente	
No completar:				

1. Dada la siguiente red donde cada arco tiene un flujo y una capacidad asignados, encontrar un camino de aumento que produzca el mayor aumento posible en el flujo. Justificar.



2. El grafo Q_d , también llamado hipercubo de orden d , se define inductivamente de la siguiente manera: $Q_0 = K_1$, y Q_d con $d \in \mathbb{N}_{>0}$ es el grafo que se obtiene al tomar dos copias de Q_{d-1} y agregar un eje entre cada vértice de una copia y su vértice correspondiente en la otra copia. Por ejemplo, $Q_1 = K_2$ y $Q_2 = C_4$ (ciclo simple de 4 vértices).

- (a) Determinar los valores de d para los cuales Q_d es planar. Justificar.
- (b) Determinar $\chi(Q_d)$. Justificar.

3. El grafo Q_d se define inductivamente como se indica en el otro ejercicio.

- (a) Determinar los valores de d para los cuales Q_d tiene circuito euleriano. Justificar.
- (b) Demostrar que si $d \geq 2$ entonces Q_d tiene circuito hamiltoniano.
- (c) Una correspondencia de un grafo se dice perfecta si y sólo si todo vértice del grafo es extremo de algún eje de la correspondencia.
Sea $f(d)$ la cantidad de correspondencias perfectas que tiene Q_d . Demostrar que $f(0) = 0$, $f(1) = 1$, $f(2) = 2$ y $f(d) > 2^{(2^{d-2})}$ para $d \geq 3$.

4. Demostrar que $\Pi_1 \in \text{NP-completo}$ usando que $\Pi_2 \in \text{NP-completo}$.

Π_2 : CUBRIMIENTO DE CONJUNTO (SET COVER)

Entrada: una familia finita $\mathbb{S} = \{S_1, S_2, \dots, S_p\}$ de conjuntos finitos y un entero positivo $\ell \leq p$.

Pregunta: ¿existe $I' \subseteq I = \{1, 2, \dots, p\}$ tal que $|I'| \leq \ell$ y $\cup_{i \in I'} S_i = \cup_{i \in I} S_i$?

Π_1 : CUBRIMIENTO DE EJES POR VÉRTICES (VERTEX COVER)

Entrada: un grafo $G = (V, E)$ y un entero positivo $k \leq |V|$.

Pregunta: ¿existe $V' \subseteq V$ tal que $|V'| \leq k$ y todo elemento de E es incidente a algún elemento de V' ?

5. (a) Sea $G = (V, E)$ un grafo no trivial. Demostrar que G es bipartito si y sólo si existe $I \subseteq V$ tal que I es un conjunto independiente y también un cubrimiento de ejes por vértices.
- (b) Diseñar un algoritmo eficiente que dado un grafo $G = (V, E)$, encuentre un mínimo conjunto independiente de G que sea también un cubrimiento de ejes por vértices; si tal conjunto de vértices no existe, el algoritmo debe informarlo. Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad. Justificar. El mejor algoritmo que conocemos tiene complejidad $O(m + n)$, donde $m = |E|$ y $n = |V|$.

¹Incluyendo a esta hoja. Entregar esta hoja junto al examen.