

ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III

2º Parcial / 05-DIC-2012

Espacio reservado para los docentes:

Nota (Numérica)	Nota (Letras)	Docente

Completar los siguientes datos antes de entregar:

Nº Orden	Apellido y nombre	L.U.	Cantidad de hojas ¹

Fecha de entrega de notas: 10-DIC-2012.

Por favor entregar esta hoja junto al examen.

1. Sea G un grafo planar. Diseñar un algoritmo polinomial para encontrar un subgrafo completo máximo de G . Mostrar la correctitud y determinar la complejidad del algoritmo propuesto. Justificar.
2. Sea G un grafo. Demostrar que G es color-crítico y 3-cromático si y sólo si es un ciclo impar (ciclo simple de $n \geq 3$ vértices con n impar).
3. Demostrar que $\Pi_1 \in \text{NP-completo}$ usando que $\Pi_2 \in \text{NP-completo}$.

Π_1 : SUBGRAFO ISOMORFO

Entrada: un grafo G y otro grafo H .

Pregunta: ¿contiene G un subgrafo isomorfo a H ? (El subgrafo puede no ser inducido.)

Π_2 : CIRCUITO HAMILTONIANO

Entrada: un grafo G .

Pregunta: ¿existe un circuito que pasa exactamente una vez por cada vértice de G ?

4. Dado un digrafo, un orden v_1, v_2, \dots de sus vértices se dice topológico si y sólo si para todo eje (v_i, v_j) del digrafo se cumple que $i < j$ (es decir, si hay un eje dirigido de v_i a v_j , entonces v_i aparece antes que v_j en el orden).

Sea G un digrafo sin ciclos dirigidos. Demostrar que G tiene un camino hamiltoniano dirigido si y sólo si existe un único orden topológico de sus vértices.

SUGERENCIA: No omitir existencia ni unicidad.

5. En un colegio cada materia está a cargo de un único profesor, cada profesor tiene una o más materias a cargo, y cada alumno cursa una o más materias. Los resultados a fin de año no son muy buenos, ya que cada materia tiene muchos alumnos que por las notas que tienen deberían desaprobala. Para no dar una mala imagen y quedarse sin alumnos, las autoridades del colegio impusieron ciertas restricciones que deben cumplirse. El i -ésimo profesor no puede desaprobado a más de $x_i > 0$ alumnos en total entre todas las materias a su cargo; caso contrario es tildado de “profesor excesivamente severo” y no recibe su bono navideño. La i -ésima materia no puede tener más de $y_i > 0$ alumnos desaprobados; caso contrario es tildada de “materia excesivamente difícil” y sacada del plan de estudios. Por último, el i -ésimo alumno no puede desaprobado más de $z_i > 0$ materias; caso contrario queda libre. Dada la lista de alumnos que deberían desaprobado las distintas materias, las autoridades del colegio quieren regalar nota para que todos los profesores reciban su bono navideño, ninguna materia sea sacada del plan de estudios, y ningún alumno quede libre. Esto siempre puede lograrse regalando nota a todos los alumnos que deberían desaprobado cada materia. Sin embargo, para que el colegio no parezca poco serio, las autoridades quieren que la cantidad total de regalos de nota sea la menor posible. Diseñar un algoritmo eficiente basado en grafos para determinar a cuáles alumnos de cada materia regalarles nota a fin de que se cumpla el objetivo de las autoridades del colegio. Mostrar la correctitud y determinar la complejidad del algoritmo propuesto. Justificar.

SUGERENCIA: Minimizar la cantidad de regalos de nota equivale a maximizar la cantidad de desaprobados.

¹incluyendo a esta hoja