

Recuperatorio 2do Parcial

Algoritmos y Estructuras de Datos 3 – DC, FCEyN, UBA

02/07/2021

Para realizar consultas, deben conectarse por Discord al canal de le docente a le cual quieran consultar. Tener en cuenta que un docente no puede conectarse con dos estudiantes en simultáneo. Las aclaraciones de enunciado que podamos llegar a hacer van a ser comunicadas vía Discord al canal de consultas de la práctica.

El examen transcurre de 17:00 a 21:00 hs. A las 21:00 se desconectarán los docentes de sus canales de Discord y tendrán hasta las 21:30 para realizar la entrega vía campus. El archivo subido al campus puede sobreescribirse una cantidad ilimitada de veces hasta la hora de entrega. Independientemente de si sobreescriben o no, deberán confirmar su entrega definitiva (que ya no podrá sobreescribirse). Sólo en caso de que el Campus estuviera saturado y no funcionara, sería adecuado realizar la entrega por mail a algo3-doc@dc.uba.ar con copia a fsouthern@dc.uba.ar indicando claramente la entrega en el asunto.

El examen debe **realizarse a mano**. Deben **numerar sus hojas** y escribir en ellas sus **nombres y número de legajo** (i.e., libreta o DNI). Al finalizar, deben **escanearlo o fotografiarlo** y deben **unir y comprimir** las páginas resultantes para generar un único archivo en **formato PDF** con un **peso razonable**. El resultado debe ser un documento **legible** (buena iluminación, buena resolución, buena orientación, no fotos cortadas, etc.), **¡verificarlo!**. El archivo debe estar nombrado **apellido_nombre.extensión** y debe haber un **orden de lectura claro**.

El examen es personal y pueden usar las teóricas, las clases prácticas y las guías de ejercicios, citando claramente. Las respuestas deben estar debidamente justificadas incluso en aquellos ejercicios en los que este hecho no es recordado.

El examen se **aprueba** con al menos 2 ejercicios aprobados y al menos uno de los ejercicios 1 y 2 aprobados.

- 1) En el juego “Guiso de letras” se quiere buscar un conjunto de palabras P en un digrafo G cuyos vértices están etiquetados con letras. Se sabe que cada $p \in P$ aparece dentro de G , i.e., existe un camino en G cuyas etiquetas forman la palabra p cuando se leen en el sentido del camino. Como en la sopa de letras, el objetivo es encontrar todas las palabras de P en G . Pero, en el caso del guiso, queremos que todas las palabras empiecen en vértices distintos de G .
 - a) Proponer un modelo de flujo que permita resolver cualquier “Guisos de letras”. El modelo debe ser robusto y debe poder indicar si un “Guiso de letras” no tiene solución.
 - b) Dar una interpretación a cada unidad de flujo y cada restricción de capacidad.
 - c) Indicar cómo se interpreta el flujo máximo del modelo y cómo se construye el conjunto solución.
 - d) Determinar la complejidad de resolver el modelo resultante con el algoritmo de Edmonds y Karp. La cota debe estar expresada en función de $|P|$ y $|G|$ y debe ser lo suficientemente ajustada. Para la construcción del modelo, puede suponer que ya se

precomputaron todos los vértices de G en dónde empieza cada palabra $p \in P$; no hace falta considerar este tiempo en la complejidad.

2) Considerar los siguientes problemas:

- HAMILTONIAN PATH: dado un digrafo G con vértices s y t , ¿existe un camino de s a t que pase por todos los vértices de G ?
- p -PATH: dado un digrafo G con vértices s y t , ¿existe algún camino de s a t en G que tenga longitud exactamente p ?
- UNIQUE PATH: dado un digrafo G con vértices s y t y un camino P de s a t ¿es P el único camino de longitud $|P|$ que une a s con t en G ?

- a) Demostrar que p -PATH es polinomial.
- b) Proponer un certificado y un verificador que demuestre que UNIQUE PATH pertenece a **coNP**.
- c) Demostrar que UNIQUE PATH es **coNP**-completo utilizando que HAMILTONIAN PATH es **NP**-completo. **Ayuda:** agregue vértices para forzar la existencia de un camino que no esté originalmente en el digrafo.

3) Para este ejercicio, suponer que los resultados del ejercicio anterior son válidos.

- a) Suponiendo que se descubre que no existe ningún algoritmo polinomial para certificar instancias positivas de UNIQUE PATH, demuestre que HAMILTONIAN PATH no se puede reducir en tiempo polinomial a p -PATH.
- b) Suponiendo que se descubre un algoritmo polinomial para certificar instancias positivas de UNIQUE PATH. Describa un algoritmo polinomial que permita certificar instancias negativas de HAMILTONIAN PATH.

4) Formalizar (i.e., describir cómo se representan las soluciones válidas, parciales y la función de extensión) un algoritmo de *backtracking* para HAMILTONIAN PATH que siga las siguientes premisas:

- se generan subcaminos considerando únicamente los vértices que dichos subcaminos visitan,
- las extensiones se generan en orden DFS y la complejidad de cada extension es $O(1)$,
- el algoritmo tiene una poda que detecta si no se puede llegar de la solución parcial a un camino hamiltoniano. Dicha poda cuesta $O(n + m)$ tiempo (puede costar menos de $O(n + m)$, pero no más).