

**Aclaraciones:** El parcial NO es a libro abierto. Cualquier decisión de interpretación que se tome debe ser aclarada y justificada. Para aprobar se requieren al menos 60 puntos. Indicar el número de orden y nombre en todas las hojas. Entregar cada ejercicio en hoja separada.

**Ejercicio 1.** Dada la siguiente especificación:

```

problema intercambiarDeADos( $a : [\mathbb{Z}], n : \mathbb{Z}$ ) {
  modifica  $a$ ;
  requiere  $|a| = n$ ;
  requiere  $n \bmod 2 = 0$ ;
  asegura  $(\forall i \leftarrow [0..n \text{ div } 2])$ 
    ( $a_{2i} = \text{pre}(a)_{2i+1} \wedge a_{2i+1} = \text{pre}(a)_{2i}$ );
}
    
```

1. [25 p.] Implemente la función en imperativo sin usar arreglos auxiliares.
2. Para cada ciclo utilizado en la implementación del ítem anterior, proponga:
  - a) [5 p.] una precondición para el ciclo
  - b) [15 p.] un invariante
  - c) [5 p.] una expresión variante con su cota

que permitan demostrar correctitud utilizando el Teorema del Invariante (no se pide demostrar nada!).

**Ejercicio 2.** Dada la siguiente especificación y su correspondiente implementación:

```

problema convertirEnCapicúa( $a : [\mathbb{R}], n : \mathbb{Z}$ ) {
  modifica  $a$ ;
  requiere  $|a| = n$ ;
  requiere  $n \bmod 2 = 1$ ;
  asegura  $a_{n \text{ div } 2} = \text{pre}(a)_{n \text{ div } 2}$ ;
  asegura  $(\forall j \leftarrow [0..n \text{ div } 2])$  ( $a_j = a_{n-1-j} = (\text{pre}(a)_j + \text{pre}(a)_{n-1-j})/2$ );
}
    
```

```

void convertirEnCapicua (float a[], int n) {
  int i = 0; int d = n - 1; float m;
  // estado antesC;
  // vale  $i = 0 \wedge d = n - 1 \wedge a = \text{pre}(a)$ ;
  while ( i != d ) {
    // invariante  $I : 0 \leq i \leq d < n \wedge i + d = n - 1 \wedge \text{pre}(a)[i..d] = a[i..d] \wedge$ 
    //  $(\forall j \leftarrow [0..i]) (a_j = a_{n-1-j} = (\text{pre}(a)_j + \text{pre}(a)_{n-1-j})/2)$ ;
    // variante  $v : d + 1$ ;
    m = (a[i] + a[d])/2;
    a[i] = m;
    a[d] = m;
    d = d - 1;
    i = i + 1;
  }
  // estado despuésC;
  // vale  $Q : i = d \wedge a_{n \text{ div } 2} = \text{pre}(a)_{n \text{ div } 2} \wedge$ 
  //  $(\forall j \leftarrow [0..n \text{ div } 2]) (a_j = a_{n-1-j} = (\text{pre}(a)_j + \text{pre}(a)_{n-1-j})/2)$ ;
}
    
```

Se desea completar la demostración de correctitud de esta implementación. Para ello se pide demostrar algunos puntos del Teorema del Invariante:

1. [5 p.] El invariante y la negación de la guarda garantizan que vale la poscondición del ciclo:  $(I \wedge \neg B) \rightarrow Q$ .
2. [5 p.] El invariante vale en *antesC*:  $\text{antesC} \models I$ .
3. [5 p.] La expresión variante está acotada:  $(I \wedge v \leq 0) \rightarrow \neg B$ .
4. [35 p.] El cuerpo del ciclo preserva el invariante: */\* vale  $I \wedge B$ ; \*/ cuerpo /\* vale  $I$ ; \*/*.