La medición

El sistema internacional de unidades

Existen distintas maneras de medir todo lo que sucede en el mundo, y a su vez distintas situaciones que medir. Habiendo tantas unidades distintas, desde el lado de la ciencia se formó el SI (sistema internacional de unidades). Este se encarga de armar definiciones y medidas que no varían con el tiempo o el lugar (es decir, que sean universales).

El metro, por ejemplo, se define cómo la distancia que recorre la luz en el vacío en esta fracción de segundo: 1 / 299 792 458. Sabemos que la velocidad de la luz, independientemente del observador es de 299 792 458 metros por segundo (también se le llama *c* a la velocidad de la luz).

La unidad de masa es el kilogramo. Es necesario distinguir entre masa y peso, ya que masa es la cantidad de materia que existe, y el peso, en cambio, es la fuerza gravitacional que ejerce un cuerpo sobre otro. Es decir, no pensarías lo mismo en la Tierra o en Marte, pero seguirías teniendo la misma masa. El kilogramo se define cómo la masa de un cilindro prototipo de platino-iridio que se guarda en la oficina internacional de pesos y medidas de Sèvres.

En el caso del tiempo, la medida universal es el segundo. El cual, hoy en día, se define en términos de un reloj atómico, que mide la frecuencia de radiación de una fuente de átomos de cesio 133. Si bien este reloj varía, su desperfecto es mínimo, ya que se "atrasa" un segundo cada 20 millones de años.

Existen otras características de la vida que necesitan medirse, y por eso se hicieron las siguientes unidades:

Unidad (abreviación)	Propiedad medida
metro (m)	longitud
kilogramo (kg)	masa
segundo (s)	tiempo
ampere (A)	corriente eléctrica
kelvin (K)	temperatura
mol (mol)	cantidad de sustancia
candela (cd)	intensidad lumínica

Este sistema tiene la ventaja de ser decimal, es decir, que utilizando prefijos podemos especificar si se trata de esa medida en particular o una potencia de diez de la misma. Para aclarar:

Múltiplo	Prefijo (abreviatura)
10^{12}	tera (T)
10^{9}	giga (G)
10^{6}	mega (M)
10^{3}	kilo (G)
10^{2}	hecto (H)
10	deca (da)
10^{-1}	deci (d)
10^{-2}	centi (c)
10^{-3}	mili (m)
10^{-6}	micro (μ)
10^{-9}	nano (n)
10^{-12}	pico (p)
10^{-15}	femto (f)
10^{-18}	atto (a)

Análisis de unidades

Según el SI la unidad estándar del volumen es el metro cúbico. La unidad tridimensional del metro. En el caso de medir área, implementamos la misma lógica pero en lugar de elevar la medida al cubo, se eleva al cuadrado. Esta medida termina siendo bastante grande, por lo que se prefiere usar la unidad de litro, que si bien no está estandarizada, la utilizaremos de aquí en adelante al hablar de volumen. Un litro se define cómo 1000 centímetros cúbicos (es decir, 10 cm x 10 cm x 10 cm). Un litro de agua tiene un masa de un kilogramo.

Estas propiedades de las medidas son bastante comunes.

Otro ejemplo sería el de la velocidad y el de la aceleración. En el primer caso utilizamos la medida de metros por segundo (o según la distancia unidades más grandes, pero la misma lógica). En el caso de la aceleración, en cambio, utilizamos metros por segundo cuadrado, ya que se habla de un cambio en la velocidad, no se la trata cómo constante sino cómo variable. El problema con tantas unidades distintas entra cuando queremos pasar de una a la otra.

Cambio de unidades

Para pasar de una unidad a otra (siempre y cuando las unidades estén dentro del mismo universo, es decir, pasar de unidades de longitud a otras unidades de longitud, no a unas de tiempo, por ejemplo) es relativamente sencillo, solo hay que aplicar una regla de tres. Es decir, utilizar la lógica de “si X cantidad de algo 1 es igual a Y cantidad de algo 2, y yo tengo Z cantidad de algo 1, ¿cuánta cantidad de algo 2 tengo?”. Matemáticamente, lo dicho anteriormente se expresa de la siguiente manera:

$$a\,.\,\frac{b}{c} = x$$

Siendo *a* la cantidad real de lo que se posea; y b/c siendo la relación entre las unidades (b siendo la unidad a la que se quiere llegar y c de la que se parte).

Los vectores

Definición

No todas las magnitudes pueden escribirse de manera numérica. Existen efectos y situaciones que requieren otro tipo de información: una dirección. Por ejemplo, es posible definir, con un número, cuanta fuerza aplicamos al empujar un objeto, o a cuanta velocidad corremos. Pero se nos hace complicado especificar hacia donde empujamos, o en qué dirección corríamos. Para estos casos, utilizamos los vectores, los cuales son flechas que indican la magnitud de la fuerza (la longitud de la flecha) y la dirección de la misma (hacia donde apunta).

Con magnitudes numéricas es muy sencillo trabajar, simplemente aplicamos las reglas matemáticas ya conocidas de la misma manera que sabemos (sumar, restar, multiplicar, todo funciona igual). Pero cuando hablamos de vectores, la cosa cambia. Y es que no podemos “mezclar” unidades, es decir, si hablamos de vectores no podemos definirlo cómo un número. Los vectores se escriben cómo letras mayúsculas con una flecha encima, por ejemplo:

$$\overline{A}$$

Cuando hablamos de distancia recorrida, el vector solo indica el punto de partida y el de llegada. No nos importa la trayectoria real: los vectores siempre irán en línea recta. Los vectores tienen dirección y magnitud, cómo dijimos antes. Dos vectores con igual dirección, se consideran paralelos, independientemente de su magnitud. Si además de ser paralelos, coinciden en su magnitud, se los considera iguales (sin importar su ubicación). Dos vectores con direcciones opuestas se los llama antiparalelos.

Los vectores se pueden sumar y restar. Gráficamente, sumar dos vectores consiste en poner la cola de un vector donde termina el otro. Esto se puede extrapolar a muchos más vectores. En la resta, por otro lado, lo que haremos será unir las

puntas de ambos vectores, y trazar un vector desde las colas de ambos. La resta, también, se puede plantear cómo la suma entre el primer vector y el opuesto del segundo (el opuesto siendo un vector al que se le invierte la dirección).
A su vez, los vectores también se pueden multiplicar, aunque esto se hace con un número. Parece contradictorio con lo que dijimos antes, pero recordemos que los números no necesariamente representan magnitudes reales. Si queremos averiguar cuanto seria el doble de la fuerza de empuje aplicada sobre un objeto, simplemente multiplicaremos a los componentes del vector por dos. Ese dos, cómo tal, no significa nada, es el doble del vector, por lo que no estaríamos rompiendo ninguna regla.
Los componentes de un vector son sus coordenadas en X y en Y. Sabiendo estos datos, es posible obtener el ángulo de inclinación del vector, gracias a las funciones trigonométricas:

$$A_x = A \cos \theta$$

$$A_y = A \, sen \, \theta$$

Siendo A la magnitud del vector, es decir, la longitud del mismo. El ángulo de inclinación se mide desde el eje x y en sentido antihorario.
Para calcular la magnitud, aplicamos el teorema de Pitágoras, y para calcular el ángulo, más trigonometria:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = arc\,tn \frac{A_y}{A_x}$$

Todo esto lo aplicamos únicamente con dos dimensiones, aunque es totalmente posible extrapolarlo tres o incluso más dimensiones. Simplemente se trabajaría con coordenadas extra, pero el procedimiento sería el mismo.
Aparte de lo visto, también existe el producto escalar entre vectores, lo que consiste en una multiplicación entre dos vectores. Para resolverlo hay que graficar ambos vectores con la cola en el mismo punto, y medir el ángulo que se genera entre ambos (este ángulo solo puede ir de 0 a 180). Una vez obtenido, multiplicaremos la magnitud del vector A por el componente del vector B que sea paralelo al vector A, y todo eso lo multiplicaremos por el coseno del ángulo entre ambos.

$$C = A\,B \cos \phi$$

Si se fijan, no nos queda un vector cómo resultado, sino un número. Este número puede ser positivo, negativo o cero. Cabe destacar que esta buena es conmutativa, es decir, podemos conseguir la magnitud de B y el componente de A que sea paralelo a B, y la cuenta seguiría teniendo sentido.

Otra manera de obtener este número es multiplicando los componentes de cada vector respecto al eje x. Es decir:

$$C = A_x B_x + A_y B_y$$

Cómo dijimos antes, todo esto es aplicable a dimensiones más altas.

Sin confundir con el producto escalar, también existe el producto vectorial, el cual cómo dice su nombre si nos deja un vector cómo resultado. El producto vectorial consiste en un vector perpendicular a los dos vectores que se quiere multiplicar, y que a su vez tiene una magnitud de:

$$C = A\, B\, sen\, \phi$$

En caso de querer obtener ese vector en base a los componentes de los otros dos vectores, se puede aplicar la siguiente fórmula:

$$C_x = A_y B_z - A_z B_y$$

$$C_y = A_x B_z - A_z B_x$$

$$C_z = A_y B_x - A_x B_y$$

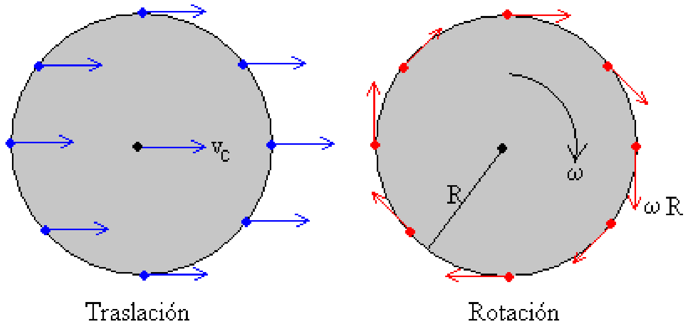
Esto es aplicable para dos dimensiones también, simplemente ignoren lo que posea las coordenadas en z.

Movimientos de objetos

Cuerpo rígidos, traslaciones y rotaciones

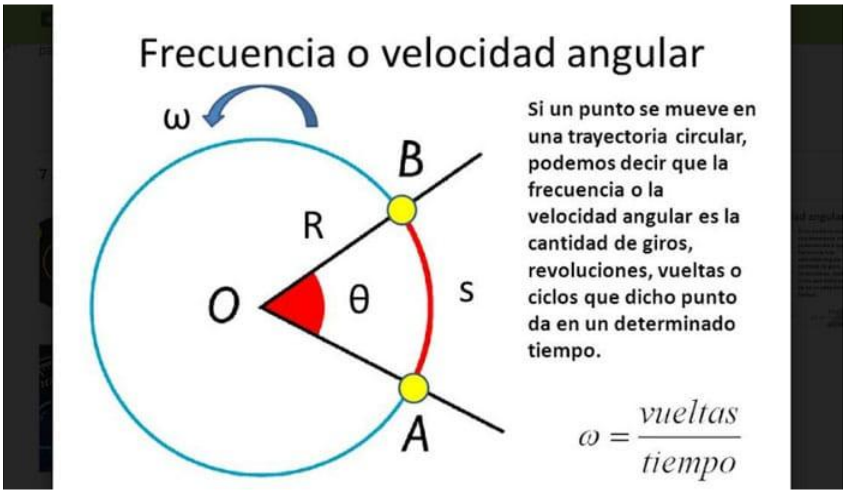
Siempre que hablamos de movimientos, estaremos hablando de movimiento sobre cuerpos rígidos. Los cuerpos rígidos son, en esencia, objetos en estado sólido. Son un sistema de partículas en el que las distancias entre ellas se mantienen fijas (y constantes). En realidad, esto es imposible, porque incluso en los sólidos las partículas vibran y se pueden mover aunque sea un poco, pero las fórmulas y la teoría sirve de igual manera para predecir los distintos movimientos.

Vamos a hablar de dos tipos de movimientos: la traslación y la rotación.



La traslación consiste en mover el objeto de un lugar a, hacia un lugar b. Es decir, ejercer una fuerza sobre todas las partículas del objeto y cambiar su posición. Recuerden que las fuerzas las describimos cómo vectores. Cómo vemos en la foto, todas las partículas del objeto, se están moviendo para una misma dirección. Estos vectores se determinan por la velocidad a la que el objeto se mueve.

En la rotación, por otro lado, fíjense cómo el punto más alto tiene una dirección totalmente opuesta al punto de más abajo. Esta disputa entre los lados opuestos, es lo que genera la rotación. Para calcular estos vectores de velocidad, tenemos que multiplicar la longitud desde el centro hacia un lado de la circunferencia descrita por la rotación (es decir, el radio) y la rapidez angular (w). Esta rapidez angular se consigue dividiendo el ángulo descrito por el ángulo entre dos puntos de contacto de la circunferencia (θ) y el tiempo que duró el movimiento de rotación (t).



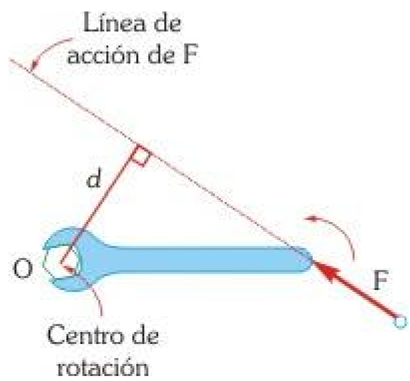
La fórmula que describimos antes:

$$v_r = \omega r$$

Un objeto puede trasladarse sin rotar, viceversa, y ambas cosas. A los movimientos únicamente de traslación o únicamente rotatorios los llamamos "puros".

<u>Momento de fuerza y equilibrio</u>

Cuando hablamos de equilibrio en el movimiento de las cosas, nos referimos a la situación de reposo o velocidad constante en las que estas puedan estar.
En el caso de la traslación, cuando la fuerza neta que se le aplica es de cero, decimos que el objeto se encuentra quieto, o en velocidad constante, es decir, en equilibrio traslacional.
Para el caso de la rotación, por otro lado, el cambio en el movimiento de un objeto no solo depende la magnitud de la fuerza, sino también de la distancia perpendicular entre su línea de acción y el eje de rotación. Esto significa que, si aplicamos la misma fuerza, pero en distintas zonas de un objeto rotatorio (cómo una madera clavada solo en un extremo) este girara distinto en cada caso, independientemente de que la cantidad de fuerza no varíe. Esto lo representamos de la siguiente manera:



Siendo *d* la distancia de la que hablamos antes. A esta distancia generalmente se la representa cómo $r_\perp$, y se le llama brazo de palanca o brazo de momento. Esto se calcula de la siguiente manera:

$$r_\perp = r\, sen\, \theta$$

Siendo θ el ángulo que forman la recta entre el centro de rotación y el punto de acción y la recta de la línea de acción de F.
El producto de la fuerza y el brazo de momento se llama momento de fuerza (m . N), y es esta magnitud la que se utiliza para determinar si un sistema se encuentra en un equilibrio rotatorio.

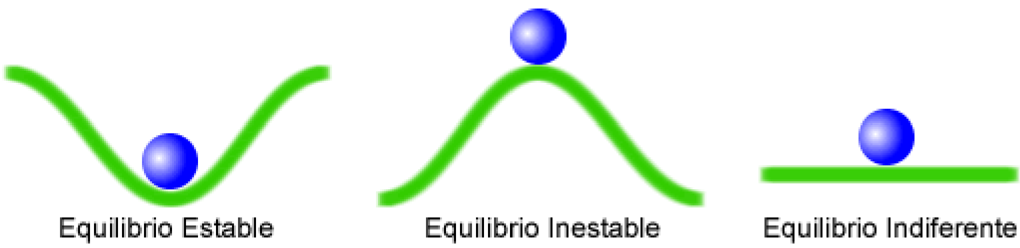
$$\tau = r_\perp F = r\, F\, sen\, \theta$$

Podemos ver, que la fuerza incrementa a medida que el ángulo θ se va acercando a 90º. Por lo que cuando la fuerza se aplica a esa medida estaríamos ante el punto

más fuerte posible. Si un objeto se encuentra tanto en equilibrio rotacional cómo en equilibrio traslacional decimos que posee un equilibrio mecánico.
Cómo explicamos antes, el momento de fuerza es un vector, por lo que no solo contiene una magnitud sino una dirección. Algebraicamente representamos este vector con un signo más y uno menos, para representar también al vector con la dirección opuesta.

Estabilidad

Todos los objetos tienen un centro de gravedad, el cual es un punto imaginario, generalmente centrado con el objeto, que muestra cómo actuaron las fuerzas de la gravedad sobre dicho objeto. Podríamos considerarlo cómo el punto donde actúa todo el peso del objeto. Los objetos buscan generalmente estar con el punto de gravedad más bajo y cercano a la superficie posible.
Dependiendo de la posición del centro de gravedad respecto al objeto en sí mismo, este se encontrara en un equilibrio estable o uno inestable. En un equilibrio estable el objeto se mantendrá en su posición, y de ser alterada la misma el objeto volverá a recuperar su estabilidad. Por otro lado, en un equilibrio inestable, el objeto tiene una posición, pero que pierde tras ser perturbado de alguna manera.



En la foto podemos ver, cómo la primera pelota se encuentra estable. Fíjese que de cambiar su posición esta volverá a donde se encontraba originalmente. A diferencia de la segunda pelota, la cual muy difícilmente va a volver a subir tan alto.
Podemos concluir que los objetos rígidos de base ancha y centro de gravedad bajo son los más estables, cómo los autos de carreras. Los objetos que, en cambio, poseen pocos puntos de contacto y un centro de gravedad alto son los más inestables, cómo una pelota o un cono.

Dinamica rotacional

Volviendo a las cuentas del principio, existe otra manera de escribir la fórmula de la magnitud del momento de fuerza, la cual es:

$$\tau = r_{\perp}F = rF_{\perp} = rma_{\perp} = mr^{2}\alpha$$

Donde $a_{\perp}$ es la aceleración tangencial.
Para conseguir la rotación de un cuerpo rígido en torno a un eje fijo, aplicamos esta ecuación a cada una de las partículas (es decir, los objetos). La sumatoria de todos los momentos de fuerza es el momento de fuerza total. Quedándonos algo así:

$$\tau = m_1 r_1^2 \alpha + m_2 r_2^2 \alpha + \ldots + m_n r_n^2 \alpha$$

$$\tau = (\Sigma m_n r_n^2)\, \alpha$$

Densidad y presión

Las características de la materia

El universo está compuesto, no en su totalidad, de materia. Esta materia puede encontrarse en cuatro estados distintos: sólida, líquida, gaseosa y plasma.
Los objetos sólidos poseen sus moléculas ordenadas y fijas, aunque estas pueden vibrar en su posición. Los líquidos, en cambio, tienen moléculas libres, que se mueven casi aleatoriamente, permitiendo esa característica viscosa de los líquidos. Las moléculas de la materia gaseosa se mueven de manera tan esporádica que la materia puede expandirse. Por último, la materia en estado de plasma consiste en una cantidad de energía tan grande que los átomos pierden sus electrones, por lo que la materia que nos queda está formada de iones, tanto positivos cómo negativos.
Todo esto nos sirve para entender el concepto de densidad. Supongamos que tenemos la misma masa de oro y de aluminio, nos daremos cuenta que el segundo ocupa mucho más espacio que el primero. Esto se debe a la densidad, la cual se calcula de la siguiente manera:

$$\rho = \frac{M}{V}$$

Es decir, la densidad se define como una cantidad de masa por volumen (más específicamente, kilogramos por metro cúbico). Para tener de referencia, una tabla de densidad de algunos materiales conocidos:

Sustancia	Densidad
Hielo	0.917×10^3
Aluminio	2.70×10^3
Hierro	7.86×10^3
Cobre	8.92×10^3
Oro	19.3×10^3
Agua	1.00×10^3
Aire	1.29
Hidrógeno	8.99×10^{-2}

Aparte de esta característica existe también la presión, la cual es la fuerza aplicada en un punto específico de un cuerpo dividida el área donde es aplicada la fuerza. Es decir:

$$P = \frac{F}{A}$$

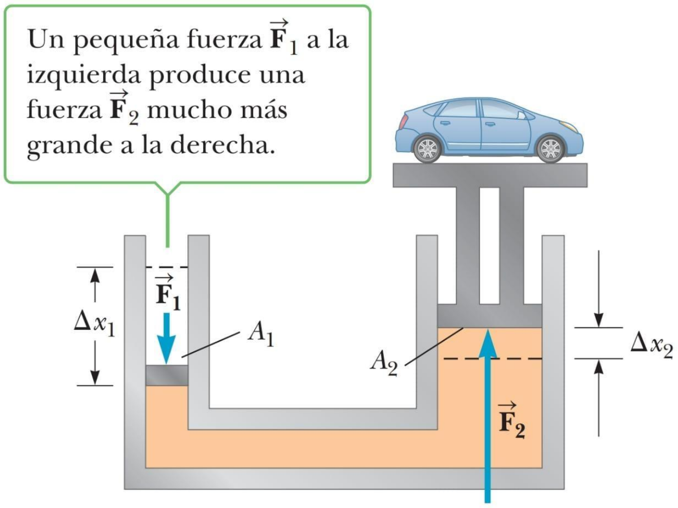
Siendo F la fuerza aplicada y A el área donde se aplica. A la unidad de presión se le llama pascal, y se escribe cómo newtons sobre metros cuadrados (N/m^2).
Es por esta fórmula que al pisar un único clavo este puede atravesarnos la piel, pero si nos acostamos en muchos clavos no nos sucede nada. Al aumentar el área, la presión disminuye.

<u>Presión y profundidad</u>

Todos los materiales ejercen presión, ya que se encuentran ocupando un espacio. Un ejemplo sencillo para visualizar esto, es cuando intentamos hundir algo en el agua. Veremos que, al intentarlo, a medida que vamos más y más profundo hay una fuerza mayor que empuja el objeto hacia arriba.
Resulta que los líquidos siempre buscan estar en equilibrio estático, es decir, que todas las partes del líquido deben estar en reposo. Siempre la materia va a buscar el lugar de menor gasto energético. Por lo tanto, si tiramos un objeto al agua, por ejemplo, veremos cómo la gravedad y el peso del objeto lo empujan hacia abajo, pero el agua misma lo mantiene a flote (o en su defecto, a un cierto nivel bajo el agua).
Para calcular la presión ejercida a determinada profundidad y el líquido tienen contacto con una atmósfera (es decir, no se encuentra sellado al vacío), utilizamos la siguiente fórmula:

$$P = P_0 + \rho g h$$

Donde P_0 es la presión atmosférica, *g* es la fuerza gravitatoria y *h* es la profundidad a la que se encuentra el objeto.
Debido a esta fórmula, afirmamos con seguridad que un cambio aplicado en cualquier zona del líquido, por más mínimo que sea, influye en todas las partes del material. Esto se conoce cómo el principio de Pascal, y se utiliza principalmente en los conocidos brazos hidraulicos. Una fuerza pequeña es aplicada sobre un líquido, y al buscar el equilibrio estático, compensa con una mayor fuerza en otra zona.


Un pequeña fuerza $\vec{F}_1$ a la izquierda produce una fuerza $\vec{F}_2$ mucho más grande a la derecha.
Δx_1
$\vec{F}_1$
A_1
A_2
Δx_2
$\vec{F}_2$

Cinemática en una dimensión

Movimiento rectilíneo

Supongamos que un vehículo se mueve en línea recta desde el punto *a*, hasta el punto *b*. El punto *a* se encuentra a 10 metros y el *b* a 50. Para averiguar cuánto recorrió el auto entre los dos puntos, solo tendríamos que restarle al punto *b* lo que valga el punto *a*. Este desplazamiento se denota de la siguiente manera:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Utilizamos x porque vamos a ejemplificar con movimientos rectos, donde solo nos vamos por el eje x. En el futuro veremos cómo trabajar con movimientos más complejos.

Fijense que primero ponemos el punto más lejano, eso nos servirá para conseguir la dirección hacia la que se mueve el objeto. Por ejemplo, si el desplazamiento es positivo, decimos que el vehículo se mueve hacia x positivo (no necesariamente derecha). En cambio, si el desplazamiento fuese negativo, el vehículo se estaría moviendo hacia x cada vez más pequeñas (no necesariamente la izquierda). Recuerden que podemos dibujar el eje x mirando tanto para un lado, cómo para el otro.

Este procedimiento se puede aplicar al tiempo, por si queremos averiguar en cuánto tiempo recorre dicha distancia. Usando el tiempo del punto *a* y el tiempo del punto *b* de la misma manera que antes.

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Para conseguir la velocidad media del vehículo, es decir, una velocidad promedio entre el punto *a* y el punto *b*, dividiremos el desplazamiento por el tiempo invertido en el mismo, quedándonos con una fórmula así:

$$v_{med-x} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

El subíndice *med* se refiere a velocidad media, y la x al eje en el que estamos trabajando. La velocidad se denota cómo metros por segundo, o kilómetros por hora, dependiendo de la cantidad con la que se esté trabajando.

Esto es la velocidad media, es decir, la velocidad a lo largo de todo el recorrido, lo cual no es muy útil. Si quisiéramos averiguar la velocidad en un punto determinado del recorrido, tendríamos que utilizar límites, de la siguiente manera:

$$v_x = \lim_{t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

En esta materia se hace una distinción entre velocidad y rapidez. Cuando decimos velocidad nos referimos al cambio en la posición, al desplazamiento. La velocidad es un vector, que nos dice hacia qué dirección y con qué magnitud el objeto se movió. La rapidez, en cambio, es un valor. Únicamente hace referencia a cuán rápido se hizo dicho movimiento.

Los cambios en la posición de un objeto con el paso del tiempo se puede representar en una gráfica, en la que se comparan ambos valores (distancia y tiempo). Dependiendo de las pendientes de la curva, el objeto estará avanzando, frenando, retrocediendo, o acelerando.

Aceleración

La aceleración hace referencia al cambio en la velocidad con el tiempo. Un objeto puede ir cada vez más rápido (o más lento), lo cual va a ser distinto de moverse a una velocidad constante, lógicamente. Para calcular una aceleración media (o promedio), entre dos puntos, usamos la siguiente fórmula:

$$a_{med-x} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

La aceleración se escribe cómo metros por segundos cuadrados, o kilómetros por horas cuadradas.

Aparte de este dato, y semejante a lo antes visto, también existe la aceleración instantánea, que hace referencia a la aceleración en un punto específico del recorrido del objeto. Se calcula de la siguiente manera:

$$a_x = \lim_{t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Sabiendo la aceleración, podemos saber si el objeto se seguirá moviendo, o irá frenando, y solo usando sus signos. Si la velocidad y la aceleración son positivos, el objeto se moverá hacia x positiva e irá incrementando su velocidad. Si ambos datos son negativos, el objeto se moverá hacia x negativa, y la velocidad también aumentará. Si la velocidad es positiva pero la aceleración es negativa, decimos que el objeto se mueve hacia x positiva, pero que irá frenando. Por último, si la velocidad es negativa y la aceleración positiva, intuimos que el objeto se moverá hacia x negativa, y que va bajando la velocidad.

Al igual que antes, todos estos datos se pueden mostrar en una gráfica, para poder expresar datos cómo la dirección, o si la aceleración aumenta o decrece.

Movimiento con aceleración constante

Supongamos que poseemos un objeto que incrementa su velocidad a medida que pasa el tiempo. Si quisiéramos averiguar su velocidad instantánea en un tras un determinado tiempo usamos la siguiente fórmula:

$$v_x = v_0 + a_x t$$

Siendo v0 la velocidad inicial; t el tiempo que queremos medir y ax la aceleración con la que estamos trabajando. Esta fórmula en particular funciona cuando se comienza a medir desde el punto cero.
También hay fórmulas para averiguar la velocidad media, si se tiene una aceleración constante, las cuales son:

$$v_{med-x} = \frac{x-x_0}{t} = \frac{v_0-x_x}{2} = v_0 + \frac{1}{2}a_x t$$

Por último y uniendo todas estas cuentas, obtenemos que:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

Podemos ver que la posición en x en cualquier tiempo t es la suma de esos tres factores (la posición inicial, la velocidad inicial y la aceleración, respectivamente). Todas estas fórmulas se pueden reescribir con lo antes visto para despejar cualquier variable. Por dar un ejemplo, la fórmula antes vista, pero sin la variable del tiempo, quedaría de la siguiente manera:

$$x = x_0 + v_0\left(\frac{v_x-v_0}{a_x}\right) + \frac{1}{2}a_x\left(\frac{v_x-v_0}{a_x}\right)^2$$

O por ejemplo, cuando se desconoce la aceleración:

$$x - x_0 = \left(\frac{v_0+v_x}{2}\right)t$$

Todo esto es aplicable a, por ejemplo, objetos en caída libre. Teniendo en cuenta el valor de la gravedad cómo aceleración constante, se puede trabajar sobre cualquier objeto del que se conozcan los datos antes mencionados.

$$g = 9.8\, m/s^2$$

Cabe destacar que estas fórmulas sólo funcionan con aceleración constante, es decir, que la aceleración no cambia con el tiempo.

Movimiento con aceleración variable

A la hora de trabajar con aceleración variable, es decir, que el objeto puede aumentar o disminuir su velocidad a lo largo del tiempo de manera cambiante, todo se vuelve más complejo. En estos casos utilizamos integrales para resolver los problemas, y las fórmulas son las siguientes:

$$v_{x2} - v_{x1} = \int_{v_{x1}}^{v_{x2}} dv_x = \int_{t_1}^{t_2} a_x dt$$

$$x_2 - x_1 = \int_{x_1}^{x_2} dx = \int_{t_1}^{t_2} v_x dt$$

$$v_x = v_0 + \int_0^t a_x dt$$

$$x = x_0 + \int_0^t v_x dt$$

Cinemática en dos (o más) dimensiones

Movimiento

Cuando trabajamos con más de una dimensión espacial, las cuentas y procedimientos en sí mismo no varían mucho. La única diferencia es que probablemente se nos sumen más fuerzas que afectan al movimiento (por ejemplo, la gravedad o la fuerza centrípeta).

Supongamos que, en un espacio de tres dimensiones, ubicamos una partícula en unas determinadas coordenadas (llamemoslas vector r inicial, o ri) en un tiempo determinado (tiempo inicial o Ti). Después de otro tiempo (tiempo final o Tf) la partícula se mueve hacia otra ubicación (vector r final, o rf). Esto, al traducirlo a las ecuaciones que vimos anteriormente, funciona exactamente igual.

Al vector que marca la posición de la partícula lo escribimos de la siguiente manera:

$$r = xi + yj + zk$$

Siendo *i*, *j* y *k* vectores unitarios.

Por ejemplo, la velocidad media de nuestra partícula la calculamos:

$$v_{med} = \frac{r_f - r_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

La velocidad instantánea, es decir, la velocidad en un punto determinado se calcula:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

La rapidez, se consigue usando el teorema de Pitágoras en los componentes de la velocidad instantánea, de la siguiente manera:

$$|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Para calcular la aceleración, tanto la media cómo la instantánea, las cuentas serían:

$$a_{med} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Al trabajar con proyectiles, generalmente hablamos de gravedad. En estos casos trabajaremos las coordenadas por separado para simplificar los cálculos, aunque en si las cuentas serán las mismas. Por lo general, se cumple que:

$$a_x = 0$$

$$a_y = -g$$

Ya que el objeto no acelera horizontalmente, pero si lo hará de manera vertical. El signo negativo junto a la gravedad es debido a la posición del eje de coordenadas, y para que la partícula u objeto en cuestión “caiga hacia abajo” y no “hacia arriba”.

Para conseguir la rapidez inicial usamos los ángulos (entendemos por ángulo al medido desde el eje x positivo y respecto de la partícula u objeto), y así podemos determinar la inclinación y dirección del movimiento, usamos:

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha_0$$

$$v_{0y} = v_0 \, sen \, \alpha_0$$

La velocidad es relativa, por lo que varía según el espectador. Si una persona camina dentro de un tren en movimiento, visto desde afuera la velocidad del caminar y del tren se sumarían, aunque desde el interior del vehículo solo se notaría un caminar normal. Por este mismo motivo, siempre debemos especificar al espectador del movimiento a analizar.

<u>Rotación</u>

Cuando hablamos de objetos rotando, siempre tenemos que tener en cuenta el centro de la rotación. Este centro puede estar tanto dentro cómo fuera del objeto que rota, lo importante es conocerlo para poder hacer las próximas cuentas.
Obviando ese primer aviso, las ecuaciones son bastante parecidas a las de movimiento recto o afectado por la gravedad, solo que ahora las distancias las vamos a medir en radianes. El radián es una medida utilizada para simplificar los cálculos con ángulos y los respectivos a circunferencias. Hace referencia a la longitud del radio pero "recorrida" en la circunferencia. Si se dan cuenta, esto se puede medir en pi. Ya que dos veces pi sería una vuelta completa a la circunferencia. Por lo tanto, de ahora en más vamos a hablar de pi radianes, puede ser pi sobre dos, o dos pi, o los radianes que sean, pero expresarlo así será más sencillo a la hora de resolver las ecuaciones. La tabla a continuación muestra la relación entre distintas medidas de ángulos y radianes:

Grados	Radianes
360	2π
180	π
90	$\frac{\pi}{2}$
60	$\frac{\pi}{3}$
45	$\frac{\pi}{4}$

30	$\frac{\pi}{6}$

Supongamos que marcamos la posición de una partícula que rota y unimos ese punto con el centro de la rotación. Ahora haremos lo mismo con una segunda posición. Acabaremos con dos rectas que se intersectan en el centro de la rotación y los puntos donde la partícula paso en los otros extremos de las rectas. Nos daremos cuenta que entre las rectas se formó un ángulo. Este ángulo, es el que estaremos teniendo en cuenta para determinar la posición y movimiento de la partícula, ya que al tratarse de rotación lo que nos importa es la lejanía y el cambio respecto del centro, no de otra posición u objeto.

El desplazamiento angular, o movimiento angular, se determina con la siguiente fórmula:

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$$

Es necesario trazar una recta imaginaria de referencia, que puede ser (o no) donde se ubique la partícula en un comienzo.

La velocidad angular promedio, se calcula de la siguiente manera:

$$\omega_{prom} = \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

La velocidad angular instantánea, se calcularía:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

La aceleración promedio e instantánea se calcularía así, respectivamente:

$$a_{prom} = \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Cuando tenemos aceleración constante, las fórmulas a tener en cuenta son:

$$\omega = \omega_i + \alpha t$$

$$\Delta\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\Delta\theta$$

Dinámica

Leyes del movimiento de Newton

Isaac Newton fue un científico al que se lo reconoce hasta el día de hoy. El tipo hizo un montón de cosas muy importantes para las matemáticas, la geometría, la física, la astronomía, y otras ramas de la ciencia. Lo que nos atañe hoy es su colaboración con la física y el movimiento de las cosas. Newton supo traducir el movimiento y el intercambio de fuerzas en fórmulas y números que podemos usar para conseguir más datos. También, formuló unas leyes que todo objeto en movimiento debe seguir, una suerte de axiomas para el movimiento.

La primera ley de Newton dice que, si a un objeto no se le aplican fuerzas externas su velocidad será constante y su aceleración será de 0. Esto puede ser una conclusión bastante lógica, pero tal vez la formulación no nos deja muy en claro. Lo que tratamos de decir es, si a un objeto no se le afecta de ninguna manera, su velocidad no va a cambiar, por lo que decimos que es constante. La velocidad puede ser de 0, y si no presenta cambios, es constante.

Lo que nos importa del enunciado es la parte de la aceleración. Fijense que la única manera de alterar la velocidad de un objeto (este quieto o en movimiento) es con una fuerza externa.

Un objeto en reposo, es decir, quieto, podría representarse de la siguiente manera:

$$\sum F = 0$$

Siendo la F la fuerza del movimiento. La M acostada, por si no lo saben, significa sumatoria. Lo que quiere decir es que la suma de todas las fuerzas que aplican sobre el objeto es igual a 0.

La fuerza se escribe en Newtons. Un newton se define cómo la cantidad de fuerza que ejerce una aceleración de un metro por segundo al cuadrado a un cuerpo con masa de 1 kilogramo. En otras palabras:

$$1\,N = 1\,kg\,.\,m/s^2$$

Las fórmulas definen vectores, pero nosotros vamos a tratar cada componente por separado para que las cuentas sean más sencillas. El objeto en reposo de antes podría describirse cómo:

$$\sum F_x = 0 \qquad\qquad \sum F_y = 0$$

O más dimensiones de necesitarlas.

La segunda ley de Newton dice que, continuando con la primera, si a un objeto se le aplica una fuerza externa, este acelerara. La dirección y magnitud del vector de la fuerza aplicada será igual a la que se moverá el objeto en cuestión. Newton descubrió también, que la fuerza neta de movimiento es igual al producto entre la masa y la aceleración.

$$\sum F = ma$$

Cómo dijimos antes, la aceleración es un vector, y cómo no siempre es sencillo trabajar con vectores, vamos a separar las cuentas por sus componentes.

$$\sum F_x = ma_x \qquad \sum F_y = ma_y$$

La tercera ley de Newton, y la última, es la que dice que, cuando un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, el segundo objeto ejerce una fuerza de igual magnitud pero de dirección opuesta sobre el primero.
Supongamos que vamos a patear una pelota de fútbol. Cuando vamos a dar la patada, nuestro pie ejerce una determinada fuerza sobre la pelota. Lo que dice la tercera ley del movimiento, es que la pelota va a ejercer una fuerza igual de fuerte, pero de dirección contraria (es decir, contra nuestro pie).
Escrito en símbolos, quedaría algo así:

$$F_{A\ sobre\ B} = -F_{B\ sobre\ A}$$

Aplicación de las leyes de Newton

Las fórmulas y la lógica tras las leyes de Newton son aplicables cómo explicamos antes. Su propia definición es la que nos ayuda a comprender cómo aplican al mundo real. Aun así, existen nuevas fórmulas para casos concretos de movimiento. Por ejemplo, la aceleración del movimiento circular (en radianes), se calcula así:

$$a_{rad} = \frac{v^2}{R}$$

La V siendo la velocidad, la R es el radio de giro del objeto.
También podemos calcular el tiempo en periodos de T, usando la fórmula:

$$T = \frac{2\pi R}{v}$$

Si conocemos el periodo, calcular la aceleración es bastante fácil.

$$a_{rad} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

La fuerza, se calculará multiplicando la aceleración por la masa del objeto, tal y cómo hicimos antes.

$$F = ma_{rad}$$

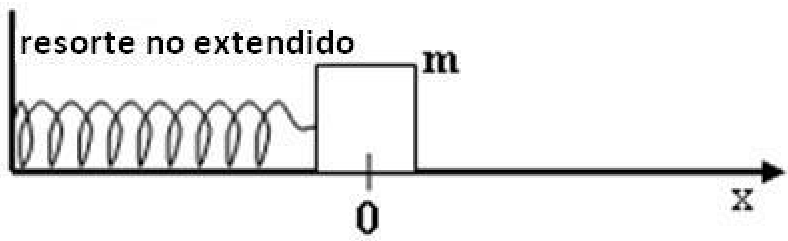
Supongamos que, por otro lado, estamos trabajando con fricción. En ese caso usamos, para determinar la fricción:

$$f = \mu n$$

Donde n es la fuerza normal, es decir, perpendicular a la superficie de contacto. Y u, por otro lado, es el coeficiente de fricción, el cual es un número entre 0 y un máximo de fricción estática.

Movimientos periódicos

Este tipo de movimientos son aquellos que, tras un periodo de tiempo, vuelven a la posición inicial y se repiten. Es decir, movimientos que buscan volver a un estado de equilibrio, pero terminan "pasando" y volviendo a buscar ese estado de equilibrio. El ejemplo más habitual y sencillo es el de un péndulo perfecto o ideal, pero lo dejaremos para más adelante. Ahora veremos el ejemplo de un resorte con un objeto en la punta. El resorte puede estirarse o contraerse, y su estado de equilibrio será nuestro punto cero en un eje de coordenadas x.



Supongamos, ahora, que movemos el resorte a una distancia A, cómo vemos en el dibujo. Al soltarlo, éste se moverá hasta terminar en el punto de equilibrio (0 en X), pero debido a la energía cinética que tiene la caja, ésta "pasará de largo". Cómo dijimos antes, nuestro resorte es un caso ideal, sin fricción u otras trabas. Por lo tanto, la pelota se aleja del punto de equilibrio hasta el punto B, el cual es exactamente el contrario de A. Es decir, si trabajamos sin fricción, un resorte soltado en una posición A, terminará en exactamente la posición -A, para volver hacia la posición A, y luego hacia -A otra vez, y así sucesivamente.

Esta oscilación entre un punto y el otro, pasando por el punto de equilibrio, es lo que definimos cómo movimiento periodico (otro ejemplo son las ondas de sonido).

Al valor de A, lo llamamos amplitud del movimiento (y lo denotamos A, que conveniente). La amplitud siempre se escribe de manera positiva, sin importar la dirección del movimiento. Podríamos definirlo entonces, cómo el módulo de A.

Un ciclo, lo definimos cómo el movimiento desde A, pasando por -A, hasta terminar en A. También podemos pensarlo cómo el movimiento que va desde el punto de equilibrio hasta A, vuelve a pasar por el punto 0 hasta -A, y termina en el punto de equilibrio. Fíjese que el viaje desde A hasta -A es solo medio ciclo. El periodo (T) es

el tiempo que le toma completar un ciclo al movimiento. La frecuencia (f), por otro lado, es la cantidad de ciclos que pueden hacerse por segundo.
Por lo tanto, podemos decir:

$$f = X\,ciclos/\,1\,segundo = - \quad T = X\,segundos/\,1\,ciclo = -$$

La frecuencia se escribe en su propia unidad, la cual es el Hertz. Este se define cómo:

$$1\,Hertz = 1\,Hz = 1\,ciclo/\,1\,segundo$$

Otro dato relevante es la frecuencia angular, la cual denotamos cómo una w en cursiva. Este dato nos dice la rapidez de cambio de una cantidad angular (aunque no necesariamente hace referencia a un movimiento de rotación). Se escribe en radianes por segundo, y su formula seria:

$$\omega = 2\pi f$$

<u>Movimiento armónico simple</u>

Le decimos armónico a los movimientos periódicos donde no actúa la fricción u otras fuerzas externas. Es decir, a los caso ideales. A los objetos que hacen estos movimientos, les decimos osciladores armónicos.
Cuando nosotros estiramos el resorte, estamos alejando al resorte de su posición de equilibrio, por lo que una fuerza opuesta a la que nosotros ejercemos al estirarlo, lo volverá esa posición. Cómo vimos antes, el resorte “seguirá de largo” y se contraerá. Si lo piensan un rato, se darán cuenta que la fuerza que devuelve al resorte a su punto cero, y la posición del resorte, siempre son opuestos. Si uno es positivo, el otro es negativo.
La llamada ley de Hooke consiste en una fórmula que nos ayuda a descubrir la fuerza ejercida sobre este tipo de resortes ideales. La ley dice:

$$F = -kx$$

Donde x es la posición del resorte tomando al punto de equilibrio cómo punto cero; y la k es la llamada constante de fuerza. La constante de fuerza es un valor específico de cada resorte. Los resortes de juguete tienen una constante de fuerza cercana a uno, y por eso son tan débiles. Un resorte más grueso y comprimido tendrá una constante mayor.
Para calcular la aceleración del movimiento, utilizamos:

$$a_x = -\frac{k}{m}x$$

La frecuencia angular cumple con la siguiente fórmula:

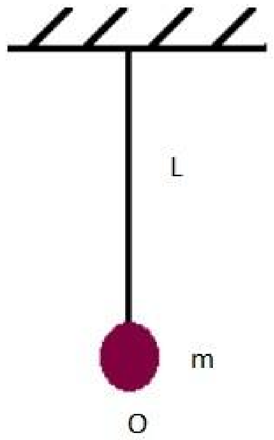
$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

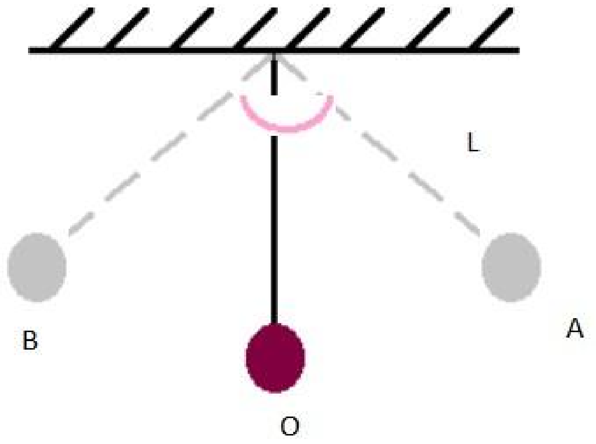
Por último, la frecuencia y el periodo se obtienen:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Las fórmulas que vimos antes cambian un poco cuando hablamos de péndulos. Imaginemos un péndulo, y hagamos de cuenta que la fricción del aire u otras perturbaciones no existen sobre este péndulo.





En este caso, las fórmulas serían:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Donde L es la distancia de la soga que sostiene el péndulo y es el producto entre la gravedad y la aceleración.

Trabajo y energía

Definición

El trabajo, dentro de la física, es una magnitud que mide la fuerza empleada en el cambio de la posición sobre algún objeto. Es decir, si tenemos que levantar una silla para moverla de un punto A, a un punto B, estaremos haciendo un trabajo. Estamos de acuerdo en que si hacemos más fuerza, el trabajo será mayor, al igual que si la distancia entre A y B fuese mayor. Con estas nociones de fuerza y distancia, ya podemos definir al trabajo, siendo este:

$$W = F(x_b - x_a) = Fs$$

O sea, el producto entre la fuerza y el cambio de posición. Representamos al trabajo con una W mayúscula.
La unidad oficial del trabajo es el Joule, representado con una J que se dice *yul*. Cómo las unidades oficiales de la fuerza y la distancia son el Newton y el metro, respectivamente, podemos concluir entonces que:

$$1J = 1N \cdot 1m = 1N.m$$

La fórmula de antes del trabajo, en realidad está incompleta. Esa fórmula solo funciona cuando la fuerza aplicada va en la misma dirección que el movimiento del objeto (por ejemplo, cuando empujamos un auto, nosotros empujamos hacia adelante y el auto avanza hacia la misma dirección). Por otro lado, cuando se ejerce una fuerza con una dirección pero el objeto se mueve con otra trayectoria (cómo si empujamos el auto haciendo fuerza hacia la derecha, por ejemplo) la fórmula a emplear sería:

$$W = Fs\, cos\theta$$

Donde el coseno del ángulo nos dará el componente de F que coincida con la trayectoria del objeto.
Si el ángulo está entre 0º y 90º, el trabajo resultante será positivo, ya que la fuerza aporta al movimiento. Por otro lado, cuando el ángulo está entre 90º y 180º la fuerza estará en oposición al movimiento, por lo que el trabajo empleado tiene que ser negativo. Por último, si el ángulo de implementación de fuerza es de 90º o decimos que el trabajo es nulo, da cero.
En el caso de que varias fuerzas sean aplicadas en el mismo objeto, solo tendremos que sumar las distintas fuerzas y conseguir el trabajo total. Es decir, conseguiremos el trabajo uno, luego el segundo, luego el tercero, etc… y los sumaremos, obteniendo así el trabajo total.

Energía cinética

Otra definición que podemos dar al trabajo es el cambio en la energía cinética del objeto. La energía cinética (representada con una K) es la energía encargada de que los objetos se muevan, es decir, cuando un objeto posee energía cinética, este

se encuentra en movimiento (sea cual sea la dirección). Teniendo esto en cuenta, cualquier cambio en el movimiento del objeto puede ser tomado por trabajo.
Si un objeto se está moviendo, y le damos un empujón, estaría acelerando, situación que definimos cómo ganar energía cinética. Todo esto en fórmulas quedaría de la siguiente manera:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$W = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \Delta K$$

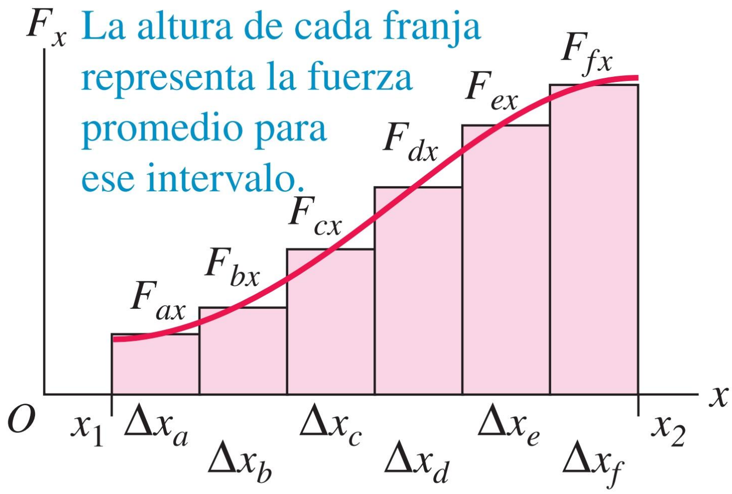
Siendo K dos el momento final y K uno el momento de inicio del movimiento del objeto en cuestión. M y V son la masa y velocidad instantánea del objeto.
También podemos definir al Joule bajo esta definición de energía cinética, lo cual nos quedaría:

$$1N = 1\,kg \cdot m/s^2$$

$$1J = 1N \cdot m = (1\,kg \cdot m/s^2)m = 1\,kg \cdot m^2/s^2$$

Trabajo con fuerza variable

Supongamos que estamos trabajando con fuerza variable, y estamos interesados en calcular el trabajo total del movimiento de dicho objeto. Lo que tendremos que hacer es utilizar promedios.
Imaginemos una tabla en la que se representa la fuerza invertida en el movimiento del objeto. Es muy difícil calcular la fuerza de cada punto de esta función, ya que de hecho son infinitos, pero podemos dividirlo en secciones y hacer un promedio. Gráficamente esto se vería así:



Si se fijan, cada sección representa la fuerza invertida en esos puntos. Obviamente, mientras más secciones utilicemos más precisión obtendremos en nuestro cálculo del trabajo. La fórmula se veria algo así:

$$W = F_{ax}\Delta x_a + F_{bx}\Delta x_b + F_{cx}\Delta x_c + \ldots$$

Escrito utilizando sumatorias y límites quedaría así:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x \, dx$$

Donde las X marcan el punto de inicio y de terminación del movimiento del objeto.
Estas fórmulas, más las vistas anteriormente (que si se dan cuenta son las mismas) sirven para tanto movimiento con velocidad constante cómo para velocidad variable, lo cual nos facilita mucho la resolución de los cálculos.

Resortes

En estos casos las fórmulas son parecidas, más no iguales. Debemos tener en cuenta la constante de fuerza de los resortes (k minúscula), variable que ya definimos. Para refrescar la memoria, es una variable que determina la fuerza del resorte, y va del uno en adelante. Un resorte muy débil tendrá una constante de fuerza cercana a uno, y uno fuerte tendrá una constante más grande.
Si uno de los extremos del resorte está fijo, y nosotros jalamos del otro extremo hasta un punto X determinado, calcular el trabajo que requiere dicho movimiento se consigue haciendo:

$$W = \frac{1}{2}kX^2$$

Esta fórmula funciona cuando estiramos al resorte desde su punto de relajación, pero si estiramos del resorte desde un punto ya estirado, la formula completa seria:

$$W = \frac{1}{2}kX_2^2 - \frac{1}{2}kX_1^2$$

Siendo X uno la posición inicial, y X dos la posición final de estiramiento.

Potencia

Este término hace referencia al tiempo invertido en ejercer el trabajo especificado. Es decir, es el trabajo sobre el tiempo. Su fórmula es:

$$P_{med} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Esta es la potencia media, o promedio. También podemos calcular la potencia instantánea haciendo:

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Este concepto nos dice qué tan rápido se efectúa un trabajo. Es su rapidez. Su unidad oficial es el Watt, donde un watt es:

$$1W = 1J/s$$

Energía potencial y conservación energética

Energía potencial gravitacional

Existe un tipo de energía que nos queda por ver: la energía potencial.
La energía potencial consiste en una energía referente a la posición del objeto. Por ejemplo, un resorte estirado, tiene cierta energía dentro de sí, por más que nada lo este afectando, es una fuerza intrínseca del objeto mismo. Lo mismo pasa con los demás objetos atraídos a la Tierra, y este fenómeno lo llamamos energía potencial gravitatoria. Este tipo de energía potencial es una fuerza constante que aumenta con la distancia entre los objetos atraídos. Es decir, mientras más lejos estoy de la Tierra, más energía potencial gravitatoria hacia la Tierra tengo.
La energía potencial gravitatoria se representa y calcula de la siguiente manera:

$$U_{grav} = mgy$$

Donde *m* es la masa del objeto, *g* es la fuerza de gravedad, e *y* es la distancia entre ambos.
El trabajo que ejerce la gravedad sobre el objeto funciona de la misma manera que antes. La diferencia entre dos posiciones.

$$W_{grav} = U_{grav,1} - U_{grav,2}$$

Fijense que en este caso, primero va la primera posición, y luego la segunda. Esto es así, ya que la gravedad siempre va a estar negativa. Cuando un objeto sube, esta aumenta y cuando baja esta desciende.
La energía potencial gravitatoria trae consigo un nuevo concepto a la mesa: la energía mecánica. Esta es una energía que permanece constante, no varía. De hecho, la energía mecánica la definimos cómo la suma entre la energía cinética y la potencial gravitatoria del objeto. Es decir:

$$E = K + U_{grav}$$

Esta energía mecánica siempre se conserva. Supongamos que hay una pelota en una repisa alta de nuestra casa. La pelota lleva consigo energía potencial gravitatoria, debido a la altura a la que se encuentra. Si la pelota se cae de la repisa, comenzará a perder esa energía y ganar energía cinética, hasta impactar en el piso y conseguir otra vez energía potencial gravitatoria. En realidad, no decimos que una energía se “pierde”, sino que se transforma, no olviden esto. Fijense que cuando una de las energías bajaba, la otra subía, y su suma era constante en todos los puntos de la caída de la pelota. Por eso decimos que, cuando no interactúan más fuerzas sobre el objeto, la energía mecánica se conserva.
Si tenemos en cuenta únicamente la gravedad, conseguimos unas fórmulas convenientemente sencillas, por ejemplo:

$$\Delta K = -\Delta U_{grav}$$

Y la misma puede expresarse de esta manera:

$$K_2 - K_1 = U_{grav,1} - U_{grav,2}$$

O reordenando, y por último reemplazando:

$$K_1 + U_{grav,1} = U_{grav,2} + K_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2$$

Estas fórmulas sólo funcionan cuando la única fuerza que se ejerce sobre el objeto es la gravitatoria, y esto también aplica para lo visto antes. Recuerden, la energía mecánica sólo se conserva cuando la única fuerza que se ejerce es la de la gravedad.

La fórmula en realidad no cambia mucho cuando estamos trabajando con otras fuerzas además de la gravedad. De hecho, sería la misma fórmula pero completa. La misma es:

$$K_1 + U_{grav,1} + W_{otras} = U_{grav,2} + K_2$$

O bien:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 + W_{otras} = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2$$

Es decir, simplemente habrá que sumarle a los primeros valores el trabajo ejercido por las fuerzas externas. Esto, de hecho, tiene sentido con la ecuación anterior, ya que al no haber fuerzas externas estas valen cero, por lo que la fórmula permanece igual.

Energia potencial elástica

La energía potencial elástica es otro tipo de energía potencial, y es bastante parecida a la gravitatoria. Cómo vimos en anteriores unidades, el trabajo ejercido por un resorte se define cómo:

$$W_{el} = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$$

La energía potencial del resorte, entonces, se calcularía así:

$$U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$

Uniendo las dos fórmulas, por comodidad, nos quedaría:

$$W_{el} = U_{el,1} - U_{el,2} = -\Delta U_{el}$$

Cuando estemos trabajando únicamente con fuerzas elásticas, al igual que en el caso de la gravedad, podemos escribir una fórmula parecida:

$$K_1 + U_{el,1} = U_{el,2} + K_2$$

O bien, cambiando las variables:

$$K_1 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}kx_2^2 + K_2$$

Cuando estamos trabajando tanto con ambas energías potenciales (gravitatoria y elástica), podemos juntarlas en una única variable, que denominamos U.

$$U = U_{grav} + U_{el} = mgy + \frac{1}{2}kx^2$$

Y una fórmula general para todos los casos que trabajamos con energías varias, podemos definirla cómo:

$$K_1 + U_1 + W_{otras} = K_2 + U_2$$

Esta fórmula es muy útil, así que recuerden la. Se que son muchas variables hasta ahora, pero si transforman todo a datos que conocen, son cuentas sencillas.

<u>Fuerzas conservativas y no conservativas</u>

Las fuerzas pueden dividirse en dos grandes grupos, y depende con cuales estemos trabajando vamos a utilizar determinadas fórmulas.

Las fuerzas conservativas son con las que venimos trabajando generalmente. Son fuerzas que no se pierden, que permanecen en el tiempo. Por ejemplo, cuando trabajamos sin fricción, o cuando no tenemos en cuenta la energía calórica de un motor en movimiento. Cuando no tenemos en cuenta esos “detalles”, estamos trabajando con fuerzas conservativas. Este tipo de fuerzas son mucho más sencillas a la hora de hacer los cálculos, ya que de hecho, son las fórmulas que ya vimos.

Una de las cosas extra a saber de este tipo de fuerzas es que se definen cómo la diferencia entre el punto inicial y final del objeto. Es decir, lo que nos importa es la posición inicial y final, no la trayectoria en si. Por otro lado, este tipo de fuerzas son reversibles, es decir, podemos recuperar algún tipo de energía. Si perdimos energía potencial gravitatoria, es posible recuperarla cambiando la posición del objeto, o aplicando determinadas fuerzas. En el caso de las fuerzas no conservativas, esto no se cumple.

Y hablando de las fuerzas no conservativas, estas se definen cómo fuerzas que provocan cambios en la energía mecánica. Recordemos que la energía mecánica era la suma total de las demás fuerzas aplicadas, pero cuando esta varía en el tiempo, estamos frente a fuerzas no conservativas. Ejemplos de estas hay muchos, la fricción contra una superficie, la resistencia del aire o de otros fluidos, o mismo la temperatura que se disipa de ciertos objetos o trabajos. No todas las fuerzas no conservativas reducen la fuerza mecánica: un petardo, por ejemplo, al explotar está ganando muchísima energía, aunque esta ganancia es irreversible.

De este tipo de fuerzas decimos que son irreversibles, ya que no podemos recuperar esa energía perdida. En el caso del petardo, los pedazos que lo conformaban no van a rearmarse en un petardo nuevo. En el caso del calor del motor, no va a volver al mismo para recuperar esa pérdida.

Para trabajar con este tipo de fuerzas, tenemos que tener en cuenta un concepto nuevo: la energía interna. Este tipo de energía consiste en una energía intrínseca del objeto y relacionada a su temperatura. Cuando la temperatura aumenta, también lo hace la energía interna, y viceversa. Podemos, de esta manera, explicar porque la fricción no solo reduce la velocidad de un objeto, sino que también lo calienta.
En fórmulas esta se define cómo:

$$\Delta U_{int} = -W_{otras}$$

Y reemplazandolo por la fórmula de antes, nos quedaría:

$$K_1 + U_1 - \Delta U_{int} = K_2 + U_2$$

Reemplazado por definición a las energías cinéticas y potenciales, y pasando todo a un lado del igual, nos queda por último:

$$\Delta K + \Delta U + \Delta U_{int} = 0$$

Y así definimos a la ley de conservación de la energía: la energía no se destruye ni se crea, solo se transforma. Nunca se vio una excepción a la misma, y las fórmulas nos lo corroboran.

<u>Movimiento en tres dimensiones</u>

Si quisiéramos calcular la fuerza conservativa que llevó a un objeto de un punto a otro, y sabemos las energías potenciales, simplemente hay que usar la siguiente fórmula:

$$F_x = \frac{\Delta U}{\Delta x}$$

Esta fórmula, está hecha para una dimensión, si se dan cuenta. Cuando trabajamos en un espacio de 2, 3 o incluso más dimensiones, simplemente tendremos que separar la fuerza por cada uno de sus componentes en cada dirección. Es decir, hacer la cuenta para cada una de las coordenadas. En el caso de tres dimensiones, las formas quedarían:

$$F_x = \frac{\Delta U}{\Delta x}$$

$$F_y = \frac{\Delta U}{\Delta y}$$

$$F_z = \frac{\Delta U}{\Delta z}$$

<u>Diagramas de energia</u>

Es posible mostrar de manera gráfica los cambios en la energía, posición o fuerzas empleadas en una acción. Es decir, utilizando las fórmulas vistas cómo funciones (si desconocen este término lean las primeras unidades de análisis matemático) es posible graficar las variaciones en los distintos componentes. Si bien los dibujos no van a representar la trayectoria física del objeto, lo que nos van a estar mostrando serán las variaciones que presentan los datos. Cuánto sube o baja cierta cantidad de energía.

Por ejemplo, supongamos que queremos ver cómo varía la posición respecto a la energía potencial elástica en un sistema. Lo que haremos, será escribir la fórmula de esa energía cómo una función, es decir:

$$U_{el}(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

Luego, reemplazamos todas las variables (menos la X) por sus respectivos valores, y habremos obtenido una función que podremos graficar. Podremos hacer esto con todos los datos que queramos (aunque algunos serán más sencillos que otros).

Graficar las funciones es todo un tema aparte, ya que existen distintos tipos de funciones, y datos por conseguir en cada caso. Hay una explicación más extensa en las primeras unidades de Análisis Matemático, detallando cada caso y los procedimientos.