

Taller de Álgebra I - Parcial

PRIMER CUATRIMESTRE 2018 9 de junio de 2018

Aclaraciones

- El parcial se aprueba con tres ejercicios bien resueltos.
- Programe todas las funciones en lenguaje Haskell. El código debe ser autocontenido. Si utiliza funciones que no existen en Haskell, debe programarlas. Incluya la signatura de todas las funciones que escriba.
- No está permitido alterar los tipos de datos presentados en el enunciado, ni utilizar técnicas no vistas en clase para resolver los ejercicios.

Ejercicio 1

Dados dos números naturales a y b con escrituras en base decimal $a = a_m \dots a_2 a_1$ y $b = b_n \dots b_2 b_1$, diremos que $a < b$ si $a_2 < b_2$. Por ejemplo, $107 < 2312$ pues $0 < 1$, y $2312 < 45$ pues $1 < 4$.

Definir una función $\text{min} :: (\text{Integer}, \text{Integer}, \text{Integer}) \rightarrow \text{Integer}$ que dada una tupla (a, b, c) de números naturales devuelva la menor de sus coordenadas, según la relación $<$.

Por ejemplo:

$\text{min} (45, 2312, 107) \rightsquigarrow 107$ porque $107 < 45$ y $107 < 2312$.

Ejercicio 2

Sea $(a_n)_{n \geq 1}$ la sucesión definida por

$$a_1 = 1, \quad a_n = 1 + \sum_{i=1}^{n-1} i a_i \quad (n > 1).$$

Programar la función $\text{sucesion} :: \text{Integer} \rightarrow \text{Integer}$ que, dado un natural n , devuelva a_n .

Ejercicio 3

Programar una función $\text{esSumaDeCuadrados} :: \text{Integer} \rightarrow \text{Bool}$ que decida si un número natural es igual a la suma de dos cuadrados de números naturales.

Por ejemplo:

$\text{esSumaDeCuadrados} 5 \rightsquigarrow \text{True}$, ya que $5 = 1^2 + 2^2$.

$\text{esSumaDeCuadrados} 3 \rightsquigarrow \text{False}$, ya que $3 \neq 1^2 + 1^2$ (y claramente no es suma de cuadrados de números mayores).

Puede asumir que ya tiene programada una función $\text{esCuadrado} :: \text{Integer} \rightarrow \text{Bool}$ que decida si un número natural es igual a un cuadrado de un número natural.

Ejercicio 4

Programar la función $\text{reglaDescartes} :: [\text{Integer}] \rightarrow \text{Integer}$ que dada una lista de números enteros no nulos, devuelve la cantidad de cambios de signo que hay entre elementos consecutivos de la lista.

Por ejemplo:

$\text{reglaDescartes} [1, 2, -1, 3] \rightsquigarrow 2$, ya que hay un cambio de signo entre 2 y -1 y otro entre -1 y 3.

$\text{reglaDescartes} [-1, -2, -1, 1, 3] \rightsquigarrow 1$, ya que hay un único cambio de signo, entre -1 y 1.

Ejercicio 5

Un número natural se dice *semiperfecto* si es igual a la suma de algunos de sus divisores propios positivos¹. Programar una función $\text{esSemiPerfecto} :: \text{Integer} \rightarrow \text{Bool}$ que decida si un número natural es semiperfecto.

Por ejemplo:

$\text{esSemiPerfecto} 6 \rightsquigarrow \text{True}$, ya que $6 = 1 + 2 + 3$.

$\text{esSemiPerfecto} 12 \rightsquigarrow \text{True}$, ya que $12 = 2 + 4 + 6$.

$\text{esSemiPerfecto} 4 \rightsquigarrow \text{False}$, ya que $4 \neq 1 + 2$, $4 \neq 2$.

¹Recordar: decimos que d es un *divisor propio* de n si $d \mid n$ y $d \neq n$.