
Álgebra I

2do. cuatrimestre 2021

Primer Recuperatorio del Primer Parcial - 10/12/2021

Justifique todas sus respuestas.

Entregue todas las hojas escaneadas y en orden.

*En la primera hoja coloque su nombre completo, número de libreta, carrera y **turno** de práctica al que está inscripto en el SIU Guaraní.*

Ejercicio 1:

Sea $X = \{n \in \mathbb{N} : n \leq 10\}$. Definimos en $\mathcal{P}(X)$ la relación \mathcal{R} dada por:

$$A \mathcal{R} B \iff \{8, 9, 10\} \subseteq A \Delta B.$$

1. Decidir si \mathcal{R} es una relación reflexiva, simétrica, transitiva y/o antisimétrica.
 2. Hallar la cantidad de conjuntos $A \subset X$ **de cuatro elementos** que satisfacen $A \mathcal{R} \{7, 9, 10\}$.
-

Ejercicio 2:

Sea $(F_k)_{k \in \mathbb{N}_0}$ la sucesión de números enteros, conocida como sucesión de Fibonacci, definida recursivamente por

$$F_0 = 0, F_1 = 1 \quad \text{y} \quad F_{k+2} = F_k + F_{k+1}, \quad \forall k \geq 0.$$

Probar que para todo $n \geq 1$ se tiene que $3 \mid F_{4n}$.

Ejercicio 3:

Hallar el resto de la división por 8 de

$$\sum_{j=1}^{140} (j^3 + 3^j).$$

Ejercicio 4:

Sean $a, b \in \mathbb{Z}$ no ambos nulos tales que $(a : b) = 4$. Determinar los posibles valores de

$$(3a^3 + 12b^3 : 6a^3 + 15b^3),$$

y para cada valor hallado proponer un par (a, b) que lo cumple.
