

---

# Álgebra I

2do. cuatrimestre 2021

Primer Recuperatorio del Primer Parcial - 10/12/2021

---

***Justifique todas sus respuestas.***

*Entregue todas las hojas escaneadas y en orden.*

*En la primera hoja coloque su nombre completo, número de libreta, carrera y **turno** de práctica al que está inscripto en el SIU Guaraní.*

---

## Ejercicio 1:

Sea  $X = \{n \in \mathbb{N} : n \leq 10\}$ . Definimos en  $\mathcal{P}(X)$  la relación  $\mathcal{R}$  dada por:

$$A \mathcal{R} B \iff \{8, 9, 10\} \subseteq A \Delta B.$$

1. Decidir si  $\mathcal{R}$  es una relación reflexiva, simétrica, transitiva y/o antisimétrica.
  2. Hallar la cantidad de conjuntos  $A \subset X$  **de cuatro elementos** que satisfacen  $A \mathcal{R} \{7, 9, 10\}$ .
- 

## Ejercicio 2:

Sea  $(F_k)_{k \in \mathbb{N}_0}$  la sucesión de números enteros, conocida como sucesión de Fibonacci, definida recursivamente por

$$F_0 = 0, F_1 = 1 \quad \text{y} \quad F_{k+2} = F_k + F_{k+1}, \quad \forall k \geq 0.$$

Probar que para todo  $n \geq 1$  se tiene que  $3 \mid F_{4n}$ .

---

## Ejercicio 3:

Hallar el resto de la división por 8 de

$$\sum_{j=1}^{140} (j^3 + 3^j).$$

---

## Ejercicio 4:

Sean  $a, b \in \mathbb{Z}$  no ambos nulos tales que  $(a : b) = 4$ . Determinar los posibles valores de

$$(3a^3 + 12b^3 : 6a^3 + 15b^3),$$

y para cada valor hallado proponer un par  $(a, b)$  que lo cumple.

---