

1. Sea $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$|f(x,y) - 3x + 2y + 1| \leq |xy| + 3y^2$$

Hallar el valor de f en $(0,0)$

Probar que f es diferencial en $(0,0)$

Hallar la ecuación del plano tangente al gráfico de f en $(0,0,(0,0))$

2. Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ de clase C^2 tal que

$$f(0,0) = 0$$

$$\nabla f(0,0) = (0,1)$$

$$Hf(0,0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Definimos $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ en la forma:

$$F(x,y) = \int_0^{f(x,y)} e^{-n^2} dn$$

Calcular $\frac{\partial^2 F(0,0)}{\partial x \partial y}$

3. Enunciar y probar el Teorema Fundamental del Cálculo Integral

4. Sean $a, b \in \mathbb{R}_{>0}$ y $D^* = \{(x,y): x^2/a^2 + y^2/b^2 \leq 1\}$

Considere el cambio de variables:

$$g(r,\theta) = (ar \cos(\theta), br \sin(\theta))$$

Describa D tal que $g(D) = D^*$ y g sea biyectiva (salvo contenido 0)

Calcule el Jacobiano de g

Utilice este cambio de variable para calcular

$$\Phi(a,b) = \iint_{D^*} \exp(-x^2/a^2 - y^2/b^2) dx dy$$