

**ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III**  
**1<sup>er</sup> Recuperatorio / 23 de Julio del 2010**

Espacio reservado para los docentes:

Nota (Numérica)	Nota (Letras)	Docente

Completar los siguientes datos antes de entregar:

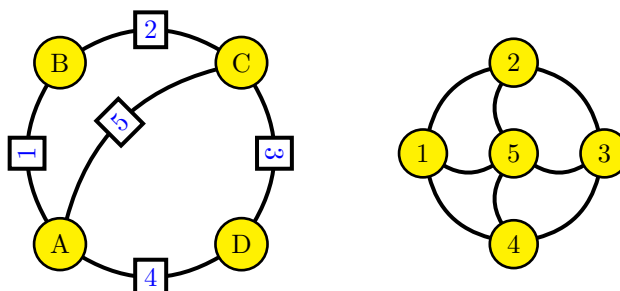
Nº Orden	Apellido y nombre	L.U.	Cantidad de hojas <sup>1</sup>

**Por favor entregar esta hoja junto al examen. JUSTIFICAR TODAS LAS RESPUESTAS!**

- Dado  $G$  un grafo con  $n$  nodos y  $m$  aristas, demostrar que  $n \leq c(G) + m$ , donde  $c(G)$  es la cantidad de componentes conexas de  $G$ .
- Hay un grupo de  $n$  personas entre las cuales algunas se conocen entre sí y otras no. Cada par de personas tiene definido un *grado de amistad*. Dicho nivel puede ser *nulo* (si no se conocen) o ser un número natural (mayor o igual a 1). Si el nivel *no* es nulo, cuanto menor es el número, más amigos son. Dadas dos personas que no se conocen directamente pero hay alguna cadena de amigos que los relaciona, la amistad entre ellos se considera como la suma de los *grados de amistad* de los integrantes de la cadena, entonces el grado de amistad entre esas dos personas es el mínimo entre las amistades considerando todas las cadenas.

Una persona quiere organizar una fiesta e invitar a las  $k$  personas más amigables para ella. Como tiene muchos conocidos no puede hacerlo a mano. Modelar como un problema de grafos y proponer un algoritmo que resuelva el problema en  $O(kn)$ . Recordar *validar* el modelo!

- Def:** El grafo de líneas de un grafo  $G = (V, E)$  es el grafo  $L(G) = (E, F)$  que tiene como vértices a las aristas de  $G$ , y en el cual dos vértices de  $L(G)$  son adyacentes si y sólo si sus respectivas aristas de  $G$  son incidentes a un mismo vértice. En el siguiente ejemplo se puede ver  $G$  y  $L(G)$ , en ese orden:



Decidir si la siguiente afirmación es Verdadera o Falsa: Si dos grafos  $G, G'$  son isomorfos entonces  $L(G)$  y  $L(G')$  son isomorfos. Demostrar o refutar según corresponda.

- Estamos en la segunda guerra mundial. EEUU debe prepararse para la batalla. El ejército dispone de un presupuesto total de  $P$  dólares y cada una de sus  $d$  divisiones (infantería, armada, ...) tiene  $k$  (**fijo**) propuestas de armamento. Cada propuesta tiene un costo  $c_{ij}$  y un poder destructivo  $p_{ij}$  ( $i$  es la división y  $j$  la propuesta). Se debe seleccionar *a lo sumo* una propuesta de cada división y se quiere saber qué manera de elegir las maximiza el poder destructivo. Su superior, John von Neumann, le pide que diseñe un algoritmo de programación dinámica que resuelva el problema porque está muy ocupado comiendo facturas. Calcular la **complejidad** del algoritmo propuesto y demostrar su **correctitud**.

- Sean  $G$  un grafo con pesos en los ejes y  $v \in V_G$  un nodo *fijo* de  $G$ . Sean los siguientes conjuntos:

$$\begin{aligned}
 A &= \{T \mid T \text{ es un AGM de alguna componente conexas de } G\} \\
 B_v &= \{T \mid T \text{ es un AGM de alguna componente conexas de } 'G - \{v\}'\} \\
 A'_v &= \{T - \{v\} \mid T \in A\}
 \end{aligned}$$

Notar que en  $A$  están todos los AGM de todas las componentes conexas de  $G$ , lo análogo pasa con  $B_v$ .

- Decidir si la siguiente afirmación es Verdadera o Falsa: Para todo  $G$ , y para todo  $v \in V_G$ ,  $B_v \subseteq A'$ .
- Probar que para todo  $G$ , existe un  $v \in V_G$  tal que  $B_v \subseteq A'$ .

<sup>1</sup>incluyendo a esta hoja