

ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III - 1^{er} Recuperatorio
Fecha examen: 17-JUL-2013 / Fecha notas: a determinar

	Nº Orden	Apellido y nombre	L.U.	Cant. hojas ¹
Completar:				
	Nota (Nº)	Nota (Letras)	Docente	
No completar:				

1. Sea G un grafo bipartito conexo. Sea $\{V_1, V_2\}$ una partición de los vértices de G tal que todos los ejes tienen un extremo en V_1 y otro en V_2 . Idem $\{V'_1, V'_2\}$. Demostrar que $V_1 = V'_1$ o $V_1 = V'_2$.
2. Se tienen k vectores ordenados, cada uno de n elementos. Diseñar un algoritmo eficiente que permita combinar sus elementos para formar en un único vector ordenado de nk elementos. Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad. Justificar. El mejor algoritmo que conocemos tiene complejidad $O(nk \log k)$.
3. Sea G un grafo conexo con pesos asociados a sus ejes. Sea T un árbol generador mínimo de G . Sea e un eje de T . Sea C un camino en G entre los extremos de e .

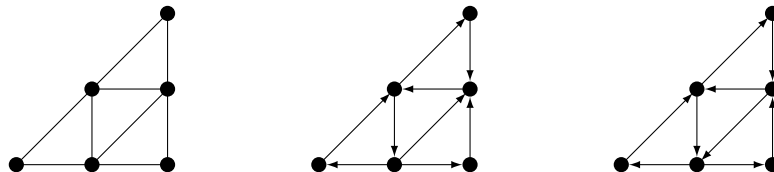
- (a) Demostrar que si los pesos son no negativos, entonces el peso total de C es mayor o igual que el peso de e .
- (b) ¿Sigue valiendo la propiedad del punto anterior si los pesos pueden ser negativos? Justificar.

4. Bob el Destructor, también conocido como BeD, se acaba de despertar en una habitación de una casa que no es la suya. Como de costumbre, tiene a mano sus herramientas. BeD está preocupado porque no sabe dónde se encuentra, de modo que quiere llegar al exterior de la casa lo antes posible. BeD puede pasar de una habitación a otra o al exterior atravesando las puertas que hay en la casa. Además, puede utilizar sus herramientas tantas veces como sea necesario para hacer un agujero en cualquier pared. Una vez que BeD ha agujereado una pared, puede atravesar la misma tantas veces como desee.

La casa está formada por $n - 1$ habitaciones, y cada una se identifica por un entero distinto entre 1 y $n - 1$. La habitación donde está BeD se identifica con el número 1, y el exterior con el número n . La casa tiene m_1 puertas y m_2 paredes. Cada puerta y cada pared está ubicada entre determinado par de habitaciones, o entre una habitación y el exterior. Cada puerta y cada pared ya agujereada se puede atravesar en un sentido o en el otro. Existe al menos una forma de ir de la habitación inicial de BeD al exterior atravesando las puertas o las paredes ya agujereadas, pasando eventualmente por habitaciones intermedias. BeD tarda 3 minutos en agujerear una pared, y tarda 1 minuto en atravesar una puerta o una pared ya agujereada. Una pared no agujereada no puede ser atravesada. Inicialmente ninguna pared está agujereada.

Diseñar un algoritmo eficiente para determinar el mínimo tiempo que BeD necesita para llegar al exterior de la casa. La entrada del algoritmo es el valor n (habitaciones y exterior), la cantidad m_1 de puertas, la cantidad m_2 de paredes, y para cada puerta y cada pared el par de elementos que están a ambos lados de la misma. Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad. Justificar. El mejor algoritmo que conocemos tiene complejidad $O(m_1 + m_2 + n)$.

5. Dado un grafo G , decimos que una orientación de sus ejes es triangular si todo arco pertenece a algún triángulo orientado con todos sus arcos en el mismo sentido. Por ejemplo, si G es el grafo de la izquierda, la orientación del centro no es triangular, mientras que la de la derecha sí lo es.



- (a) Demostrar que al orientar de manera triangular un grafo conexo, el digrafo que se obtiene es fuertemente conexo.
- (b) Exhibir un grafo conexo tal que todo eje pertenezca al menos a un triángulo, pero que no se pueda orientar de manera triangular. Justificar.
- (c) ¿Puede orientarse el grafo del punto anterior (obviamente, de manera no triangular) para que el digrafo obtenido sea fuertemente conexo? Justificar.

¹Incluyendo a esta hoja. Entregar esta hoja junto al examen.