NOMBRE Y NRO. LIBRETA:

1	2	3	4	Calif.
B⁻	X	X	B	A

ÁLGEBRA LINEAL - RECUPERATORIO DEL SEGUNDO PARCIAL

1er. cuatrimestre 2012 (17/7/2012)

1. Sea $A \in \mathbb{R}^{7\times 7}$ la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

   (a) Hallar los polinomios característico y minimal de A.

   (b) Hallar la forma racional de A sobre $\mathbb{R}$.

   (c) Hallar la forma de Jordan de A sobre $\mathbb{C}$.

   (*Sugerencia:* en (c) puede utilizar la forma racional calculada en (b) para hacer menos cuentas; observar que solo se pide hallar las formas racional y de Jordan pero no las bases en que se realizan.)

2. Sea $n \geq 2$, y sea $f : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$ una transformación lineal.

   (a) Probar que siempre existe un subespacio f-invariante de dimensión $n-1$.

   (b) ¿Es cierta la afirmación (a) si se reemplaza $\mathbb{C}$ por $\mathbb{R}$?

3. Sea $k \in \mathbb{N}$ un número impar. Demostrar que si $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ es una transformación ortogonal arbitraria entonces existe otra transformación ortogonal $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ tal que $g^k = f$.

4. En $\mathbb{R}^4$ se tienen los planos siguientes:

$$M_1 = \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 &= 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_4 &= 0 \end{cases} \quad , \quad M_2 = \langle (2,0,-3,-3),(1,0,1,0)\rangle + (1,0,0,0).$$

   Hallar un plano $\Pi \subset \mathbb{R}^4$ alabeado tanto a M_1 como a M_2, o bien demostrar que un tal plano Π no puede existir.

Justifique todas sus respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.