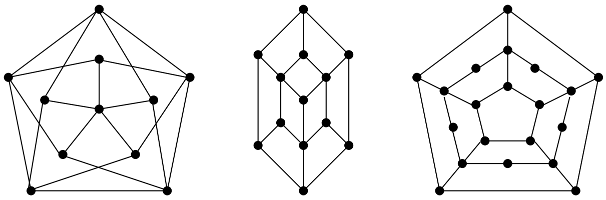
ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III - 2º Recuperatorio
Fecha examen: 21-JUL-2017 / Fecha notas: a determinar

	Nº Orden	Apellido y nombre	L.U.	Cant. hojas[1]
Completar:				
	Nota (Nº)	Nota (Letras)	Docente	
No completar:				

1. Demostrar que el primer grafo tiene un circuito hamiltoniano pero los otros dos grafos no. 2 p.



2. Sea $G = (V, E)$ un grafo euleriano.
   (a) Demostrar que si G es arbitrariamente atravesable desde alguno de sus vértices entonces toda partición de E en circuitos simples contiene la misma cantidad de circuitos simples. 0.7 p.
   (b) ¿Vale la recíproca del primer punto? En caso afirmativo demostrar; en caso negativo dar un contraejemplo y justificar. 0.65 p.
   (c) ¿Sigue valiendo la propiedad del primer punto si G es sólo euleriano en vez de arbitrariamente atravesable desde alguno de sus vértices? En caso afirmativo demostrar; en caso negativo dar un contraejemplo y justificar. 0.65 p.

3. Peligra la corrección del examen de hoy. Algunos docentes no corrigen, otros pueden corregir más de un ejercicio, y cada docente que corrige sólo está dispuesto a corregir algunos de los ejercicios que le parecen lindos. Son tantas restricciones que no sabemos cómo organizarlo. Para poder corregir el examen, necesitamos que alguien nos revele cómo repartir los ejercicios entre los docentes. 2 p.

   Hay d docentes que corrigen, y e ejercicios para corregir. Cada docente se identifica por un entero distinto entre 1 y d. Cada ejercicio se identifica por un entero distinto entre 1 y e.

   Diseñar un algoritmo eficiente basado en grafos que decida si es posible corregir todos los ejercicios respetando las restricciones mencionadas, y en tal caso indique una posible distribución de los ejercicios entre los docentes. La entrada del algoritmo es la cantidad d de docentes, la cantidad e de ejercicios, y para cada docente la lista de ejercicios que le parecen lindos y la cantidad máxima de ejercicios que puede corregir. Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad. Justificar.

4. El grafo de una pelota de fútbol (llamado formalmente grafo de un icosaedro truncado) es un grafo conexo que admite una representación planar donde cada vértice está en el borde de exactamente tres regiones: una pentagonal y dos hexagonales (una región pentagonal es aquella cuyo borde es un ciclo simple de 5 vértices; análogamente para hexagonal).

   Sean n y m las cantidades de vértices y ejes del grafo, respectivamente. Sea r la cantidad total de regiones en la representación planar mencionada, de las cuales r_5 son pentagonales y r_6 son hexagonales.
   (a) Demostrar que $r_5 = n/5$ y $r_6 = 2n/6$. 0.5 p.
   (b) Demostrar que $r = 8n/15$. 0.5 p.
   (c) Demostrar que $m = 3n/2$. 0.5 p.
   (d) Determinar los valores exactos de n, m, r, r_5 y r_6. Justificar. 0.5 p.

5. (a) Demostrar mediante una reducción polinomial que $\Pi_1 \in \mathrm{P} \Rightarrow \Pi_2 \in \mathrm{P}$. 1.6 p.
   (b) ¿Se puede decir algo de Π_2 sabiendo que $\Pi_1 \in$ NP-completo? Justificar. 0.4 p.

   Π_1: COLOREO DE VÉRTICES
   Entrada: grafo G de n vértices; $k \in \mathbb{Z}$ tal que $1 \leq k \leq n$.
   Pregunta: ¿se pueden colorear los vértices de G con k o menos colores, de manera tal que vértices adyacentes reciban colores diferentes?

   Π_2: VECINOS DISTINGUIBLES
   Entrada: grafo H de n vértices; $k \in \mathbb{Z}$ tal que $1 \leq k \leq n$.
   Pregunta: ¿se puede asignar un número entero entre 1 y k a cada vértice de H, de manera tal que para todo vértice sus vecinos tengan números diferentes entre sí?

[1] Incluyendo a esta hoja. Entregar esta hoja junto al examen.