ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III
2º Recuperatorio / 19-DIC-2012

Espacio reservado para los docentes:

Nota (Numérica)	Nota (Letras)	Docente

Completar los siguientes datos antes de entregar:

Nº Orden	Apellido y nombre	L.U.	Cantidad de hojas[1]

Fecha de entrega de notas: 26-DIC-2012.
Por favor entregar esta hoja junto al examen.

1. Sea G un grafo conexo de n vértices y m ejes. Demostrar que $\chi(G) \leq m - n + 3$.

   SUGERENCIA: Usar un árbol generador y que $m - n + 3 = 2 + [m - (n - 1)]$.

2. El gobierno de cierta ciudad está preocupado porque dentro de dos días es el fin del mundo y la ciudad todavía sigue intacta. El intendente ha decidido empezar la destrucción ahora mismo. La ciudad está formada por n esquinas y m calles. Cada esquina se identifica por un entero distinto entre 1 y n. Cada calle conecta determinado par de esquinas y tiene cierto número de carriles. Se puede ir de cualquier esquina a cualquier otra recorriendo las calles, pasando eventualmente por esquinas intermedias. El intendente planea enviar un tractor equipado con un arado para que recorra cada carril de cada calle, en un sentido o en el otro, destruyendo el asfalto a su paso. El problema es que una vez destruido un carril, el tractor no puede volver a circular por el mismo. Además, el tractor no es muy maniobrable, y no puede cambiar de carril cuando se encuentra dentro de una calle. El tractor está ubicado inicialmente en la esquina 1 (la intendencia), y puede terminar su trabajo en cualquier lugar (aunque necesariamente va a ser en una esquina). Diseñar un algoritmo eficiente para determinar si es posible llevar a cabo el plan del intendente. La entrada del algoritmo es la cantidad n de esquinas, la cantidad m de calles, y para cada calle las esquinas que conecta y su cantidad de carriles. Mostrar la correctitud y determinar la complejidad del algoritmo propuesto. Justificar.

3. Dados dos grafos $G_1 = (V_1, E_1)$ y $G_2 = (V_2, E_2)$, un homomorfismo de G_1 a G_2 es una función $f : V_1 \to V_2$ tal que $(v, w) \in E_1 \Rightarrow (f(v), f(w)) \in E_2$. Decimos que G_1 es homomorfo a G_2 si y sólo si existe un homomorfismo de G_1 a G_2.

   Sean $G_1 = (V_1, E_1)$ y $G_2 = (V_2, E_2)$ dos grafos, y $f : V_1 \to V_2$ una función. Demostrar que f es un homorfismo de G_1 a G_2 si y sólo si la preimagen de todo conjunto independiente en G_2 es un conjunto independiente en G_1.

4. (a) Sea G un grafo planar bipartito. ¿Puede ocurrir que G tenga todos sus vértices de grado mayor o igual que 4? Justificar.

   (b) Sea G un grafo planar bipartito con menos de 8 vértices. ¿Puede ocurrir que G tenga todos sus vértices de grado mayor o igual que 3? Justificar.

5. Encontrar una reducción polinomial de Π_1 a Π_2. Demostrar que efectivamente lo es.

   SUGERENCIA: Por cada vértice v de H generar 3 vértices v_{i}, v y v_{o} en G.

   Π_1: CIRCUITO HAMILTONIANO DIRIGIDO
   Entrada: un grafo dirigido H.
   Pregunta: ¿existe un circuito dirigido que pasa exactamente una vez por cada vértice de H?

   Π_2: CIRCUITO HAMILTONIANO
   Entrada: un grafo G.
   Pregunta: ¿existe un circuito que pasa exactamente una vez por cada vértice de G?

[1] incluyendo a esta hoja