Recuperatorio de Computabilidad

Lógica y Computabilidad

12 de marzo de 2009

Este examen se aprueba obteniendo al menos **6 puntos**. El parcial es a libro abierto y se puede suponer demostrado todo lo que se dio en clase, colocando referencias claras. En el caso de usar resultados de las guías de ejercicios, se deben incluir las demostraciones.

Ejercicio 1. (**2 p.**) Sea $p : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ una función tal que:

$$\Phi_{p(x,y)}(z) = \begin{cases} 1 & \text{si } \Phi_x(z)\downarrow \text{ ó } \Phi_y(z)\downarrow \\ \uparrow & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Decidir si p es o no primitiva recursiva y justificar apropiadamente.

Ejercicio 2. (**3 p.**) Sean $C_1, \dots C_k$ conjuntos de índices y sea $D = C_1 \cap \dots \cap C_k$.

a) (**1 p.**) Demostrar que D es un conjunto de índices.

b) (**1 p.**) Suponga además $C_1, \dots C_k$ no-triviales. ¿Qué puede decirse sobre la computabilidad de D? Justificar.

c) (**1 p.**) Proponer un conjunto infinito, que no sea un conjunto de índices (de programas en S) y no sea computable. Justificar.

Ejercicio 3. (**4 p.**) Sea $B = \{\langle x, y\rangle \mid y \in \operatorname{Im}\Phi_x \text{ y } x \in \operatorname{Im}\Phi_y\}$.

a) (**2 p.**) Decidir si B es un conjunto r.e. y demostrarlo.

b) (**2 p.**) Decidir si $\overline{B}$ es un conjunto r.e. y demostrarlo.

Ejercicio 4. (**1 p.**) Decidir si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Justificar.

Si C y D son conjuntos r.e. infinitos, entonces existe $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, total, computable, inyectiva, y tal que $\operatorname{Im} f = C \cup D$.