Parcial de Imperativo

Algoritmos y Estructuras de Datos I

11 de julio de 2005

Aclaraciones: El parcial NO es a libro abierto. Cualquier decisión de interpretación que se tome debe ser aclarada y justificada. Para aprobar el parcial se requieren al menos 60 puntos. Indicar el número de orden, LU y la cantidad total de hojas entregadas. Entregar cada ejercicio en hojas separadas.

Ejercicio 1. Dada la siguiente especificación:

problema divide$(x, y : [\mathbb{R}], n : \mathbb{Z})\{$
  modifica x;
  requiere $|x| == |y| == n$;
  asegura $\big(\forall i \in [0..n)\big)\big((y_i \neq 0 \to x_i == \mathsf{pre}(x)_i/y_i) \wedge (y_i == 0 \to x_i == 0)\big)$;
$\}$

I) **[5 p.]** Implemente la función en imperativo (utilizando un sólo ciclo).

II) **[10 p.]** Proponga una poscondición para el ciclo, un invariante y una expresión variante que permitan demostrar correctitud utilizando el Teorema del Invariante (en este punto no se pide demostrar nada!).

III) **[15 p.]** Demuestre que el cuerpo del ciclo preserva el invariante propuesto en el punto anterior.

Ejercicio 2. Se suele llamar *mediana* de una serie de números, al elemento de la serie que es mayor que la mitad de los elementos. Se necesita poder calcular cierta *variación* del problema de la mediana, el cual se especifica en el punto ii). Se pide implementar los dos problemas especificados a continuación. No es necesario demostrar correctitud. (Sugerencia: utilizar el problema del punto i) en la solución del punto ii).)

I) **[10 p.]** problema cuantosSonMenores$(a : [\mathbb{Z}], n : \mathbb{Z}, x : \mathbb{Z}) = res : \mathbb{Z}\{$

  requiere $n == |a|$;
  asegura $res == |[k \mid k \in a, k < x]|$;

$\}$

II) **[20 p.]** problema medianaSinRep$(a : [\mathbb{Z}], n : \mathbb{Z}) = res : \mathbb{Z}\{$

  requiere $0 < n == |a|$;
  requiere $noHayRepetidos(a)$;
  asegura $res \in a$;
  asegura $|[k \mid k \in a, k < res]| == n/2$;
  aux $noHayRepetidos(l : [\mathbb{Z}])$: Bool $= \neg\big(\exists i \in [0..|l|)\big)\big(\exists j \in (i..|l|)\big) l_i == l_j$;

$\}$

Sigue del otro lado!! ↻

Ejercicio 3. Dada la siguiente especificación y su correspondiente implementación:

problema elevarAlCuadrado($x : \mathbb{Z}$) = $res : \mathbb{Z}${
    requiere $x \geq 0$;
    asegura $res == x^2$;
}

```
int elevarAlCuadradoComoMePlace (int x) {
  int a = 0; int b = 0;

    // estado antesC;
    // vale a == 0 ∧ b == 0;
  while ( b < x ) {
      // invariante I: a == b² ∧ 0 ≤ b ≤ x;
      // variante v: x² − a;
    a = a + b + b + 1;
    b = b + 1;
  }
    // estado despuésC;
    // vale Q: a == x²;
  return a;
    // vale res == x²;
}
```

Se desea completar la demostración de correctitud de esta implementación. Para ello se pide demostrar los puntos del Teorema del Invariante:

I) **[5 p.]** El invariante y la negación de la guarda garantizan que vale la poscondición del ciclo: $(I \wedge \neg B) \rightarrow Q$.

II) **[5 p.]** El invariante vale en *antesC*: $antesC \models I$.

III) **[10 p.]** La expresión variante está acotada: $(I \wedge v \leq 0) \rightarrow \neg B$.

IV) **[15 p.]** El cuerpo del ciclo preserva el invariante:
`/*` vale $I \wedge B$; `*/ cuerpo /*` vale I; `*/`.

V) **[5 p.]** La expresión variante es monótona decreciente en el cuerpo del ciclo:
`/*` estado $c1$;`*/ cuerpo /*` vale $v < v@c1$; `*/`.

Empieza del otro lado!! ↻