

Álgebra 1

Segundo cuatrimestre 2020

Segundo parcial

Nombre y apellido:
Libreta universitaria:
Grupo:	<input type="checkbox"/> G1 <input type="checkbox"/> G2 <input type="checkbox"/> G3 <input type="checkbox"/> G4 <input type="checkbox"/> G6

1. Sabiendo que el polinomio

$$X^5 + 6X^4 + 13X^3 + 14X^2 + 9X + 2 \in \mathbb{Q}[X]$$

tiene una raíz que es una raíz cúbica de la unidad, encuentre su factorización como producto de polinomios mónicos irreducibles en $\mathbb{Q}[X]$, en $\mathbb{R}[X]$ y en $\mathbb{C}[X]$.

2. Encuentre todos los enteros positivos a que satisfacen simultáneamente las siguientes dos condiciones:

$$(143 : 26a^{54321} + 5^{2020}) \neq 1, \quad 2^{5a+2} \equiv 4 \pmod{7}.$$

3. Demuestre que si ω es una raíz 14-ava primitiva de la unidad, entonces

$$(1 + \omega^8)(\omega + \omega^3 + \omega^5)$$

es un número real.

4. Determine para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ el polinomio

$$X^3 - 4X^2 + 2(a+2)X - 3a^2 \in \mathbb{R}[X]$$

tiene dos raíces que suman 2, y para esos valores de a determine la factorización del polinomio como producto de polinomios irreducibles en $\mathbb{R}[X]$ y en $\mathbb{C}[X]$.

5. Hallar todas las soluciones enteras de la ecuación

$$30a - 98b = 12.$$

Justifique todas sus respuestas