

NOMBRE Y NRO. LIBRETA:

1	2	3	4	5	Calif.

Álgebra I

Simulacro del primer parcial - 13 de junio de 2020

Este parcial es optativo y no condiciona la nota de la materia. Aproveche esta instancia para trabajar tranquilo e intente dar lo mejor de sí. Esta oportunidad sirve para seguir conociendo su ritmo de trabajo y desarrollar el método que le sea más cómodo. Una idea es empezar por el ejercicio que considere más fácil.

1. Sea $X = \{n \in \mathbb{N} : n \leq 2020\}$. Definamos la relación

$$A \sim B \text{ si } \#(A \Delta B) \leq 2$$

donde Δ representa la diferencia simétrica.

a) Decidir si la relación es reflexiva, simétrica, transitiva o antisimétrica.

b) Para $A = \{28, 33, 34, 37, 42, 45, 107, 160, 166\}$ hallar la cantidad de conjuntos $B \in \mathcal{P}(X)$ tales que $A \sim B$.

2. Sea $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ la sucesión definida por:

$$a_0 = 1, \quad a_{n+1} = 4 \sum_{j=0}^n a_j - 2n^2 + 3n + 6,$$

probar que $a_n = 2 \cdot 5^n + n - 1$ para todo $n \in \mathbb{N}_0$.

3. Determinar cuántas funciones $f : \{1, 2, \dots, 15\} \rightarrow \{1, 2, \dots, 25\}$ existen que cumplen simultáneamente:
- f es inyectiva;
 - $f(x) \leq 15$ para todo $x \leq 10$;
 - $f(11) \leq 20$.
4. Probar que para todo $n \in \mathbb{N}$ sucede que $64 \mid 49^n + 16n - 1$.
5. Determinar los posibles valores de $d = (a^2 - 2a - 5 : a - 1)$ para cada $a \in \mathbb{Z}$. Exhibir un valor de a para cada d hallado.

JUSTIFIQUE TODAS LAS RESPUESTAS