ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III - 2º Recuperatorio
Fecha examen: 15-JUL-2016 / Fecha notas: a determinar

	Nº Orden	Apellido y nombre	L.U.	Cant. hojas[1]
Completar:				
	Nota (Nº)	Nota (Letras)	Docente	
No completar:				

1. Determinar para qué valores de n, p, q y h los siguientes grafos tienen camino (abierto) euleriano. Justificar. c/u 0.5 p.

   (a) K_n

   (b) W_n (ciclo simple de $n \geq 3$ vértices con un vértice universal agregado)

   (c) $K_{p,q}$

   (d) árbol binario completo de altura $h \geq 0$

2. (a) Sea $G = (V, E)$ un grafo. Sean M_1 y M_2 dos correspondencias de G. Demostrar que $H = (V, M_1 \cup M_2)$ es planar. 1 p.

   (b) ¿Sigue valiendo la propiedad del punto anterior para tres correspondencias en vez de dos? En caso afirmativo demostrar; en caso negativo dar un contraejemplo y justificar. 1 p.

3. Sea G una red donde cada arco e tiene asociada una capacidad $c(e) > 0$. Demostrar que el valor del flujo máximo en G es 0 si y sólo si G no tiene caminos dirigidos de la fuente al sumidero.

4. Demostrar mediante una reducción polinomial que $\Pi_1 \in \text{P} \Rightarrow \Pi_2 \in \text{P}$.

   Π_1: CIRCUITO SIMPLE
   Entrada: grafo $G = (V, E)$; conjunto W tal que $\emptyset \neq W \subseteq V$.
   Pregunta: ¿tiene G un circuito simple que pasa por todos los vértices de W? (El circuito puede pasar además por otros vértices.)

   Π_2: CIRCUITO HAMILTONIANO
   Entrada: grafo G.
   Pregunta: ¿existe un circuito que pasa exactamente una vez por cada vértice de G?

5. Dado un grafo $G = (V, E)$ se define su grosor $t(G)$ (en inglés, *thickness*) como la mínima cantidad de grafos planares cuya unión da por resultado G. Formalmente, $t(G)$ es el mínimo $t \in \mathbb{Z}_{>0}$ para el cual existen t conjuntos $E_1, E_2, \ldots E_t$ tales que $E = \cup_{i=1}^{t} E_i$ y $G_i = (V, E_i)$ es planar para $i = 1, 2, \ldots t$.

   (a) Sea G un grafo. Demostrar que G es planar si y sólo si $t(G) = 1$. 0.25 p.

   (b) Demostrar que si G es un grafo de $n \geq 3$ vértices y m ejes entonces $t(G) \geq \lceil m/(3n-6) \rceil$. 0.5 p.

   (c) Demostrar que $t(K_n) \geq \lceil n/6 \rceil$. 0.25 p.

   (d) Demostrar que si G es un grafo de n vértices entonces $t(G) \leq \lfloor (n+1)/2 \rfloor$. 1 p.
   SUGERENCIA: Conseguir una partición en correspondencias de los ejes de K_n y usar el Ejercicio 2a.

[1] Incluyendo a esta hoja. Entregar esta hoja junto al examen.