

---

# Álgebra I

1er. cuatrimestre 2021

Segundo Recuperatorio del Primer Parcial - 23/07/2021

---

***Justifique todas sus respuestas.***

*Entregue todas las hojas escaneadas y en orden.*

*En la primera hoja coloque su nombre completo, número de libreta, carrera y **turno** de práctica al que está inscripto en el SIU Guaraní.*

---

## Ejercicio 1:

Dado  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ , sea  $\mathcal{F} = \{f : A \rightarrow A\}$  el conjunto de **todas las funciones** de  $A$  en  $A$ . Sea  $\mathcal{R}$  la relación en  $\mathcal{F}$  definida por:

$$f \mathcal{R} g \iff f(1) + f(2) \leq g(1) + g(2).$$

- (a) Determinar si la relación  $\mathcal{R}$  es reflexiva, simétrica, antisimétrica y/o transitiva.
  - (b) Sea  $\text{Id} : A \rightarrow A$  la función identidad en  $\mathcal{F}$ .  
Calcular el cardinal del conjunto  $\{f \in \mathcal{F} : f \mathcal{R} \text{Id}\}$ .
- 

## Ejercicio 2:

Probar que para todo  $n \in \mathbb{N}$  con  $n \geq 2$  vale que

$$\prod_{k=1}^n \frac{2k-1}{2k} > \frac{1}{n+1}.$$

---

## Ejercicio 3:

- (a) Calcular  $r_{16}(9^n)$  para cada  $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ .
- (b) Dado  $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ , probar que

$$16 \mid 37 \cdot 9^n + 4n^2 + 12n - 21 \iff n \equiv 0 \pmod{4} \quad \text{ó} \quad n \equiv 3 \pmod{4}.$$

---

## Ejercicio 4:

Determinar **todos** los  $m \in \mathbb{N}$  tales que  $(m : 240) = 40$  y  $m$  tiene exactamente 16 divisores positivos.

---