

Recuperatorio (2) Primer Parcial

27/12/07

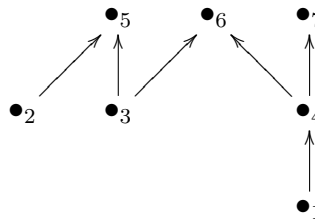
1. Decidir usando valuaciones o árboles si las siguientes fórmulas son tautologías, contingencias o contradicciones.

a) $((\alpha \wedge \beta) \rightarrow (\alpha \vee \beta)) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$

b) $((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \gamma) \wedge (\gamma \rightarrow \alpha)) \rightarrow (\neg\gamma \rightarrow \beta)$

2. Encontrar cuatro fórmulas α , β , γ y δ , todas distintas y no equivalentes entre sí, tales que los conjuntos $\{\alpha, \beta\}$, $\{\beta, \gamma\}$, $\{\gamma, \delta\}$ y $\{\delta, \alpha\}$ sean satisfactibles; y los conjuntos $\{\neg\alpha, \gamma\}$ y $\{\beta, \delta\}$ sean insatisfactibles

3. Considerando el lenguaje de primer orden \mathcal{L} con un símbolo de predicado binario \leq (reflexivo, antisimétrico y transitivo) y la siguiente interpretación:



- a) Dar una fórmula α con una única variable libre x tal que al sustituirla por los elementos del universo sólo sea verdadera sólo para el elemento 7.
- b) Considerando la fórmula

$$\beta = \exists y \exists z (x \leq y \wedge x \leq z \wedge \neg(y \leq z \vee z \leq y))$$

¿Por cuáles elementos del universo se puede sustituir a la variable libre x para que sea verdadera?

4. Sea \mathcal{L} un lenguaje de primer orden y sean Γ y Γ' dos conjuntos disjuntos infinitos de fórmulas de \mathcal{L} tales que $\Gamma \cup \Gamma'$ es insatisfactible. Probar que existen dos conjuntos finitos $\Gamma_0 \subset \Gamma$ y $\Gamma'_0 \subset \Gamma'$, tales que ambos tienen la misma cantidad de elementos y además $\Gamma_0 \cup \Gamma'_0$ es insatisfactible.

5. Sea \mathcal{L} un lenguaje de primer orden con un predicado binario \triangleleft y una función unaria f . Definimos

$$\Gamma = \{ \forall x (\neg x \triangleleft x), \forall x \forall y \forall z ((x \triangleleft y \wedge y \triangleleft z) \rightarrow x \triangleleft z), \forall x (f(x) \triangleleft x) \}$$

$$\alpha = f(f(x)) \triangleleft x.$$

- a) Probar usando árboles que $\Gamma \models \alpha$.
- b) Describa en castellano qué modela Γ y qué propiedad es α .