

Álgebra 1

Examen final

12 de marzo, 2021

NOMBRE: LIBRETA:

CARRERA:

1	2	3	4	5	Calificación

1. ¿Cuántos anagramas de la palabra PANDEMIA tienen las 4 vocales juntas y ningún par de letras iguales consecutivas?

2. Sea $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la sucesión definida recursivamente por

$$a_1 = 15,$$

$$a_2 = 135,$$

$$a_n = a_{n-1} + 5^n a_{n-2} \quad \text{si } n \geq 3.$$

Pruebe que $(75 : a_n) = 15$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

3. Sea a un entero tal que $(3a^{31} + 2 : 140) = 35$. Calcule el resto de dividir a por 70.

4. Consideremos la relación \mathcal{R} en el conjunto G_{15} tal que

$$w \mathcal{R} z \iff w^4 z^{11} \in G_{10} \quad \text{siempre que } z, w \in G_{15}.$$

Decida si \mathcal{R} es una relación de equivalencia sobre G_{15} y, si ese es el caso, determine la cantidad de sus clases de equivalencia.

5. Factorice al polinomio

$$2X^4 - 2X^3 - 5X^2 + 6X - 3 \in \mathbb{Q}[X]$$

en $\mathbb{C}[X]$, en $\mathbb{R}[X]$ y en $\mathbb{Q}[X]$ sabiendo que tiene una raíz $z \in \mathbb{C}$ de la forma

$$z = c(1 + i)$$

con $c \in \mathbb{R}$.