ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III - 2º Parcial
Fecha examen: 30-NOV-2016 / Fecha notas: 07-DIC-2016

	Nº Orden	Apellido y nombre	L.U.	Cant. hojas[1]
Completar:				
	Nota (Nº)	Nota (Letras)	Docente	
No completar:				

1. El grafo Q_d, también llamado hipercubo de orden d, se define inductivamente de la siguiente manera: $Q_0 = K_1$, y Q_d con $d \in \mathbb{N}_{>0}$ es el grafo que se obtiene al tomar dos copias de Q_{d-1} y agregar un eje entre cada vértice de una copia y su vértice correspondiente en la otra copia. Por ejemplo, $Q_1 = K_2$ y $Q_2 = C_4$ (ciclo simple de 4 vértices).
   (a) Demostrar que Q_3 es planar. 1 p.
   (b) Exhibir un grafo planar euleriano con grado mínimo 4 y sin vértices de grado 4 adyacentes entre sí. Justificar. 1 p.
   SUGERENCIA: Agregar vértices de grado 4 en Q_3.

2. Determinar para qué valores de n, m, p y q los siguientes grafos son color críticos. Justificar. e= 0.5, otro=0.3 p.
   (a) K_n
   (b) C_n (ciclo simple de $n \geq 3$ vértices)
   (c) P_n (camino simple de n vértices)
   (d) árbol de n vértices
   (e) grafo bipartito conexo de n vértices y m ejes
   (f) $K_{p,q}$

3. Sea $G = (V, E)$ un grafo. Sea $W \neq \emptyset$ el conjunto de vértices de grado impar de G. Demostrar que si el subgrafo inducido por W tiene un circuito hamiltoniano, entonces E puede particionarse en exactamente una correspondencia y cierta cantidad de circuitos simples (eventualmente ninguno). 2 p.

4. Demostrar que $\Pi_1 \in$ NP-completo mediante reducción polinomial y usando que $\Pi_2 \in$ NP-completo. 2 p.

   Π_1: CIRCUITO HAMILTONIANO
   Entrada: grafo G.
   Pregunta: ¿existe un circuito que pasa exactamente una vez por cada vértice de G?

   Π_2: CAMINO HAMILTONIANO ENTRE DOS VÉRTICES
   Entrada: grafo H; vértices $v \neq w$ de H.
   Pregunta: ¿existe un camino entre v y w que pasa exactamente una vez por cada vértice de H?

5. Astro Boy ha crecido, y ha cambiado su nombre a Astro Void. Desde el cuatrimestre pasado se dedica a la compraventa de asteroides para ganarse la vida. Sea $p \in \mathbb{N}^n$ tal que p_i es el precio de un asteroide el i-ésimo día en una secuencia de n días ($i = 1, 2, \ldots n$). Astro Void quiere comprar y vender asteroides durante esos n días de manera tal que todas las ventas que haga "valgan la pena". Para que la venta el día j de un asteroide comprado el día i ($j > i$) valga la pena, debe cumplirse que $p_j - p_i > j - i$, es decir, se debe ganar más dinero que los días transcurridos entre la compra y la venta. Debido a las dificultades que existen en el almacenaje y transporte de asteroides, Astro Void comienza y termina sin asteroides, puede comprar a lo sumo un asteroide cada día, y puede vender a lo sumo un asteroide cada día. Diseñar un algoritmo que determine la máxima cantidad de ventas que puede realizar Astro Void respetando las restricciones indicadas. Por ejemplo, para los vectores $p = (1, 1, 1, 5, 5, 5)$, $p = (1, 1, 3, 3)$ y $p = (2, 7, 1, 8, 2, 8, 1, 8)$, los resultados deben ser respectivamente 3, 1 y 4. El algoritmo debe tener complejidad $O(n^3)$ y estar basado en grafos. Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad. Justificar. 2 p.

[1] Incluyendo a esta hoja. Entregar esta hoja junto al examen.