

Recuperatorio Primer Parcial

14/12/07

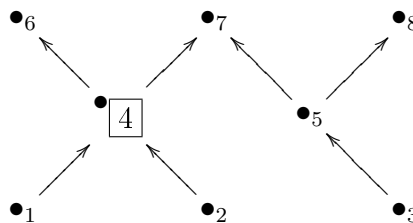
1. Decidir usando valuaciones o árboles si las siguientes fórmulas son tautologías, contingencias o contradicciones.

a) $((\alpha \rightarrow \beta) \wedge \neg\beta) \rightarrow \neg(\alpha \vee \beta)$

b) $((\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow (\gamma \vee \varepsilon))) \rightarrow (\gamma \rightarrow \neg\varepsilon)$

2. Encontrar tres fórmulas α , β y γ tales que los conjuntos $\{\alpha, \beta, \gamma\}$ y $\{\neg\alpha, \neg\beta, \gamma\}$ sean ambos satisfactibles y los conjuntos $\{\neg\alpha, \beta, \gamma\}$ y $\{\neg\alpha, \neg\beta, \neg\gamma\}$ sean ambos insatisfactibles

3. Considerando el lenguaje de primer \mathcal{L} con un símbolo de predicado binario \leq (reflexivo, antisimétrico y transitivo) y la siguiente interpretación:



- a) Dar una fórmula α con una única variable libre x tal que al sustituirla por los elementos del universo sólo sea verdadera para 7.

- b) Considerando la fórmula

$$\beta = \exists y ((x \leq y \wedge \neg(y \leq x)) \wedge \neg(\exists z (z \leq y \wedge \neg(y \leq z \vee x \leq z))))$$

¿Por cuáles elementos del universo se puede sustituir a la variable libre x para que sea verdadera?

4. Sea \mathcal{L} un lenguaje de primer orden y sea Γ un conjunto de fórmulas de \mathcal{L} tales que si α y β están en Γ entonces las fórmulas $\alpha \vee \beta$, $\alpha \wedge \beta$ y $\alpha \rightarrow \beta$ también están en Γ .

Probar que si Γ es insatisfactible entonces existe una fórmula $\alpha \in \Gamma$ tal que α es universalmente falsa.

5. Sea \mathcal{L} un lenguaje de primer orden con un predicado binario \equiv , una función binaria \bullet y dos constantes c y d . Definimos

$$\Gamma = \{ \forall x (x \equiv x), \forall x \forall y (x \equiv y \rightarrow y \equiv x), \forall x \forall y ((x \equiv y \wedge y \equiv z) \rightarrow x \equiv z), \\ \forall x ((c \bullet x) \equiv x), \forall x ((x \bullet d) \equiv x) \}$$

$$\alpha = (c \equiv d).$$

- a) Probar que $\Gamma \models \alpha$. (Sugerencia: ¿Cuánto vale $c \bullet d$?)

- b) Describa en castellano qué modela Γ y qué propiedad es α .