

1º Parcial Algebra I

October 19, 2018

1. Sea $X = \{n \in \mathbb{N} : n \leq 30\}$. En $P(X)$ se define la relacion R de la forma:

$$A R B \Leftrightarrow 2 \notin A \cap B^c$$

- Determinar si R es una relación reflexiva, simétrica, antisimétrica y/o transitiva.
- Cuántos conjuntos $B \in P(X)$ satisfacen $\{2, 6\} R B$

2. Sea $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ tal que:

$$a_0 = 2 \quad a_{n+1} = \frac{1 + 3^{n+1}}{2} + \sum_{i=0}^n a_i \quad \text{con } n \in \mathbb{N}_0$$

Probar que $a_n \leq 3^n + 2^n \quad \forall n \in \mathbb{N}_0$

3. Determinar cuántas $f = \{1, 2, 3, \dots, 8\} \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, 12\}$ satisfacen simultáneamente las condiciones:

- f inyectiva
- $f(1) \leq 6$
- $f(5) + f(6) = 10$

4. Se define por recurrencia la sucesión $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$:

$$a_1 = 6 \quad a_2 = -8$$

$$a_{n+2} = 4^{2n+1} \cdot a_{n+1} + 15^{n+1} \cdot a_n + 7n - 7 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Probar que $a_n \equiv n \pmod{5} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

5. Sean $a, b \in \mathbb{Z}$ tal que 23 divide a y $(a : b) = 1$. Probar que $(3a - b : 5a + 6b) = 1$

电风: Está transcripto, puede tener errores