

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|--------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | CALIF. |
|---|---|---|---|---|--------|

Álgebra I - 2do Cuatrimestre 2016
Primer Parcial - 08/10/2016

1. Sea A el conjunto formado por las 2016-tuplas $x = (x_1, x_2, \dots, x_{2016})$ con $x_i = 1$ o $x_i = -1$ para todo $i = 1, 2, \dots, 2016$. Definimos la relación \mathcal{R} en A dada por

$$x\mathcal{R}y \iff x_1y_1 + x_2y_2 + \dots + x_{2016}y_{2016} = 0.$$

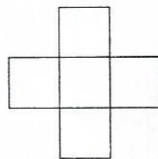
- a) Determinar si \mathcal{R} es reflexiva, simétrica, antisimétrica o transitiva.
b) Para cada elemento $x \in A$ hallar la cantidad de elementos $y \in A$ tales que $x\mathcal{R}y$.
2. Probar que para todo $n \in \mathbb{N}$ se tiene que

$$\sum_{i=n+1}^{3n+1} \frac{1}{i} > 1.$$

3. Se desea colorear cada uno de los cinco cuadrados de la siguiente cruz de color rojo, azul, amarillo o verde, de manera que se cumplan las siguientes dos condiciones:

- La casilla central no puede tener el mismo color que ninguna de sus cuatro casillas vecinas.
- Las cuatro casillas "exteriores" no pueden ser todas del mismo color.

¿De cuántas maneras distintas se puede hacer la coloración?



4. Sea $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la sucesión de números enteros definida por $a_1 = 3$, $a_2 = 4$, y para $n \geq 2$,

$$a_{n+1} = 8a_n - 7a_{n-1} + 2^{3n}.$$

Determinar todos los $n \in \mathbb{N}$ para los cuales $7 \mid a_n$.

5. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $32a \equiv 17 \pmod{9}$. Calcular $(a^3 + 4a + 1 : a^2 + 2)$.

*Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen.
Justifique todas sus respuestas.*