Paradigmas de Lenguajes de Programación
- Examen final -

22 de julio de 2014

1. Considere la expresión `map foldr` e indique si la misma está bien formada en el sentido que es tipable. Justificar con el árbol de inferencia.

2. Considere la extensión del lambda cálculo simplemente tipado con tipos algebraicos[1]. Primero extendemos el conjunto de las expresiones de tipos con *nombres de tipos.*

$$\sigma \quad ::= \quad id \,|\, int \,|\, bool \,|\, \sigma \times \sigma \,|\, \sigma \to \sigma$$

Seguidamente extendemos el conjunto de los árboles de términos con tres construcciones nuevas:

- La primera es

$$lettype\, id = C_1 \sigma_{1,1} \ldots \sigma_{1,k_i}; \ldots ; C_n \sigma_{n,1} \ldots \sigma_{n,k_n}\, in\, e$$

Permite declarar los tipos algebraicos. Por ejemplo, $lettype\, maybeInt\ = Just\, int\,;\ Nothing\, in\, e$

- La segunda es $C\, M_1 \ldots M_n$ que permite construir valores de un tipo algebraico. Por ejemplo, $Just\, 3$. Para considerarse bien tipado el tipo y número de los argumentos debe coincidir con la declaración del mismo. Asimismo, el constructor C puede pertenecer a, a lo sumo, una declaración.

- La tercera es

$$case\, M\, of\, \{C_1\, x_{11} \ldots x_{1k_i} \to N_1,\, \ldots, C_n\, x_{n1} \ldots x_{nk_n} \to N_n\}$$

Permite eliminar un tipo algebraico. En cada rama N_i puede haber ocurrencias libres de las variables del patrón, a saber $x_{i1}, \ldots, x_{in_i}$. Por ejemplo, $case\, M\, of\, \{Just\, x \to x+1, Nothing \to 0\}$. Para considerarse bien tipada las cláusulas deben ser bien tipadas, exhaustivas y mutuamente excluyentes.

Se solicita lo siguiente.

[1] Se asume que no son paramétricos ni recursivos

a) Extender el lambda cálculo simplemente tipado con las reglas de tipado apropiadas. Ayuda: Considerar contar con un contexto de declaraciones Δ y definir juicios de la forma $\Gamma; \Delta \rhd M : \sigma$ (donde Γ es el contexto de tipado usual).

b) Extender la semántica operacional small step para que incluya las nuevas construcciones

c) Extender la semántica operacional big step para que incluya las nuevas construcciones

3. Considere las siguientes aseveraciones de la clásica formulación de la paradoja del barbero:

- Todo barbero afeita a aquellos que no se afeitan a sí mismos.
- Ningún barbero afeita a aquellos que se afeitan a sí mismos.

a) Codificarlas en términos de fórmulas de primer orden, una fórmula por aseveración y asumiendo que $b(X)$ es el predicado que indica que X es barbero y $s(X, Y)$ que indica que X afeita a Y.

b) Utilizando resolución general, mostrar que como consecuencia de las aseveraciones no puede existir un ningún barbero.