

1	2	3	4	CALIF.

APELLIDO Y NOMBRE:

LIBRETA:

Lógica y Computabilidad - 1er Cuatrimestre 2015
Parcial de Computabilidad (3/7/2015)

1. Sea $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ una función parcialmente computable. Probar que existe un programa P que computa a f tal que ...
- (a) la instrucción $Y \leftarrow Y$ no aparece en P . (1pt)
 - (b) la variable X_1 aparece en a lo sumo dos instrucciones de P . (1pt)

2. Sea $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ una función. Se define $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} f(0, x) &= g(x) \\ f(n+1, x) &= f(n, f(n, x)) \end{aligned}$$

- (a) Probar que si g es primitiva recursiva entonces f lo es. (2pt)
 - (b) ¿Es cierto que si g es (parcial) computable entonces f lo es? (1pt)
3. Sea $\mathcal{P} \subset \mathbb{N}$ el conjunto de los números pares. Sea $A = \{x \in \mathcal{P} : \phi(x, x) \downarrow\}$.
- (a) Probar que A no es recursivo. (2pt)
 - (b) ¿Es A recursivamente enumerable y/o co-recursivamente enumerable? (1pt)
4. Sea $B \subset \mathbb{N}$ recursivamente enumerable tal que $0 \in B$. Probar que existe una función $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ total y computable que se anula en infinitos valores y tal que $Im(f) = B$. (2pt)

Aclaración: Consideramos $\mathbb{N} = \{n \in \mathbb{Z} : n \geq 0\}$