

# Algebra Lineal

Segundo recuperatorio del segundo parcial - Primer Cuatrimestre 2007

Nombre y apellido	LU	Carrera	7	8	9	10	11	12

**Problema 7:** Sea  $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$  la matriz dada por  $M_{ij} = \begin{cases} b & \text{si } i = j \\ a & \text{si } i \neq j \end{cases}$  con  $a, b \in \mathbb{R}$ . Calcular los polinomios característico y minimal de  $M$ .

**Problema 8:** Sean  $A, B \in \mathbb{C}^{n \times n}$  tales que  $AB = BA$  y  $A$  tiene  $n$  autovalores distintos. Probar que  $B$  es diagonalizable.

**Problema 9:** Probar que existe un producto interno en  $\mathbb{R}^3$  tal que:

- El subespacio ortogonal a  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y - z = 0\}$  es  $\langle(0, 0, 1)\rangle$ .
- Los vectores  $(2, 2, 17)$  y  $(1, 0, 1)$  son ortogonales.

Calcular  $\langle(1, 1, 2)\rangle^\perp$ .

**Problema 10:** Sea  $A \in \mathbb{R}^{7 \times 7}$  la matriz que tiene todos ceros, excepto  $A_{15} = A_{27} = A_{32} = A_{42} = A_{51} = A_{62} = A_{74} = 1$  y  $A_{64} = A_{73} = -1$ . Calcular la forma y una base de Jordan de  $A$ .

**Problema 11:** Sea  $V$  un  $K$ -espacio vectorial de dimensión  $n \geq 3$  y sea  $T \in \text{End}(V)$  una transformación lineal tal que todo subespacio de dimensión 2 es invariante. Probar que  $T = \lambda I$  para algún  $\lambda \in K$ .

**Problema 12:** Emilia y Manuela están tratando de calcular la forma de Jordan de una matriz  $A \in \mathbb{C}^{5 \times 5}$ . Manuela conoce el polinomio característico de  $A$  y Emilia el minimal, pero ninguna de ellas tiene acceso a la matriz ni a la información de la otra.

1. Manuela dice que los datos que tiene no son suficientes y le pide a Emilia que le diga cual es el minimal, ya que con eso le alcanzaria.
2. Emilia dice que tampoco tiene datos suficientes, pero decide no darle el minimal.
3. Manuela dice que sigue sin tener datos suficientes y le pide a Emilia que solo le diga si es diagonalizable, ya que con eso podria resolverlo.
4. Despues de eso, Emilia dice que ya sabe cual es la forma de Jordan de  $A$ .

Explique como hizo Emilia para calcular la forma de Jordan de  $A$ .