ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III - 2º Recuperatorio
Fecha examen: 17-JUL-2015 / Fecha notas: a determinar

	Nº Orden	Apellido y nombre	L.U.	Cant. hojas[1]
Completar:				
	Nota (Nº)	Nota (Letras)	Docente	
No completar:				

1. Sabemos que si G es cualquier grafo entonces $\chi(G) \leq \Delta(G) + 1$, donde $\Delta(G)$ es el grado máximo en G. Demostrar que si G es color crítico entonces la cota puede mejorarse a $\chi(G) \leq \delta(G) + 1$, donde $\delta(G)$ es el grado mínimo en G. 2 p.

2. Un grafo se dice no-planar crítico si y sólo si es no planar pero al sacarle cualquier vértice se obtiene un grafo planar.

   Sea $f(n)$ la cantidad de grafos no isomorfos de n vértices que son no-planares críticos. Decidir para cada entero $n = 1, 2, \ldots 6$ si $f(n)$ vale 0, 1 o al menos 2. Justificar. 2 p.

3. (a) Sea G un grafo. Demostrar que G es C_n (ciclo simple de $n \geq 3$ vértices) si y sólo si G tiene un cubrimiento de vértices por aristas y es arbitrariamente atravesable desde al menos tres vértices distintos. 1.5 p.

   (b) Mostrar que para la vuelta la cota de tres vértices no puede ser mejorada. Concretamente, exhibir un grafo que tenga un cubrimiento de vértices por aristas, sea arbitrariamente atravesable desde al menos dos vértices distintos, y no sea C_n. Justificar. 0.5 p.

4. Sea $G = (V_1 \cup V_2, E)$ un grafo bipartito, y sea M un matching de G. Diseñar un algoritmo eficiente que decida si M es máximo. Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad. Justificar. El mejor algoritmo que conocemos tiene complejidad coincidente con la de BFS, lo cual es necesario para obtener puntaje máximo en este ejercicio. 2 p.

5. Demostrar que $\Pi_1 \in$ NP-completo mediante una reducción polinomial y usando que $\Pi_2 \in$ NP-completo. 2 p.

   Π_1: CONJUNTO INDEPENDIENTE MÁXIMO
   Entrada: grafo G de n vértices; $k \in \mathbb{Z}$ tal que $1 \leq k \leq n$.
   Pregunta: ¿tiene G un conjunto independiente de k o más vértices?

   Π_2: COLOREO DE VÉRTICES
   Entrada: grafo G de n vértices; $k \in \mathbb{Z}$ tal que $1 \leq k \leq n$.
   Pregunta: ¿se pueden colorear los vértice de G con k o menos colores, de manera tal que vértices adyacentes reciban colores diferentes?

   SUGERENCIA: Definir $f(G, k) = (G_k, n)$, donde G_k el grafo formado por k copias de G, con ejes adicionales de manera tal que las k copias de cada vértice formen K_k.

[1] Incluyendo a esta hoja. Entregar esta hoja junto al examen.